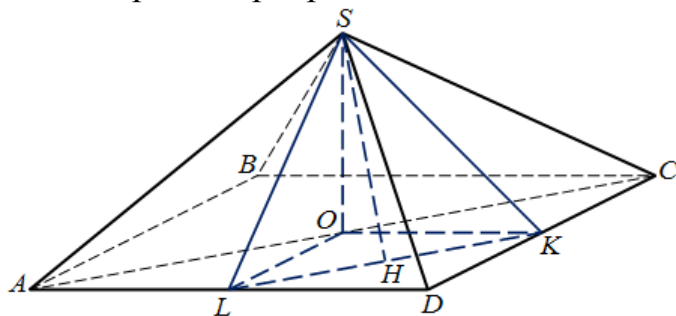


В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, сторона основания которой равна 6, а боковое ребро – корень из 54, найдите расстояние между прямыми AC и SK где K -середина ребра CD .



На стороне AD отметим точку L такую, что $AL = LD$. KL – средняя линия треугольника ADC , и поэтому $KL \parallel AC$ и $(SLK) \parallel AC$, $SK \in (SLK)$ значит, расстояние между прямыми AC и SK равно расстоянию от любой точки прямой AC до плоскости (SKL) . Удобнее всего взять точку O – центр квадрата $ABCD$ и осно-

вание высоты SO , т.к. расстояние от точки O до плоскости (SKL) равно высоте пирамиды $OSKL$, если O считать вершиной пирамиды, а $\triangle SKL$ – основанием.

Если же за вершину пирамиды $OSKL$ принять точку S , а за основание – $\triangle KLO$, то высота пирамиды $OSKL$ – это высота SO пирамиды $SABCD$, а площадь треугольника KLO равна половине площади квадрата $KDLO$, которая, в свою очередь, равна четверти площади квадрата $ABCD$, т.е. $S_{\triangle KLO} = \frac{1}{8} S_{ABCD} = \frac{1}{8} \cdot 6^2 = 4,5$.

Найдём высоту SO . $OC = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$. По теореме Пифагора

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{54 - 18} = \sqrt{36} = 6.$$

Объём пирамиды $OSKL$: $V = \frac{1}{3} S_{\triangle KLO} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4,5 \cdot 6 = 9$.

Теперь найдём площадь треугольника SKL . $SL = SK$ как апофемы боковых граней правильной пирамиды. $SK = \sqrt{SC^2 - KC^2} = \sqrt{54 - 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$. $LK = \frac{1}{2} AC = 3\sqrt{2}$,

$SH \perp LK$, и т.к. $\triangle SKL$ – равнобедренный, то $LH = HK = \frac{1}{2} LK = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

$$SH = \sqrt{SK^2 - HK^2} = \sqrt{45 - \frac{9}{2}} = \sqrt{\frac{81}{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}. \quad S_{\triangle SKL} = \frac{LK \cdot SH}{2} = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{9\sqrt{2}}{2} = 13,5.$$

$$\frac{S_{\triangle SKL}}{S_{\triangle KLO}} = \frac{13,5}{4,5} = 3. \text{ Поэтому расстояние от точки } O \text{ до } (SKL) \text{ в 3 раза меньше высоты}$$

SO , и расстояние между прямыми AC и SK равно $6:3 = 2$.