$x^6 + (3a - 3|x| - a^2)^3 + x^2 = 3|x| - 3a + a^2$

пусть $3|x| - 3a + a^2 = t$

$x^6 + x^2 = t^3 + t$

$x^2 = y \ge 0$

$y^3 + y - (t^3 + t) = 0 \qquad (1)$

$(y^2 + 1)y = (t^2 + 1)t$

$y_1 = t$ - один из корней уравнения (1)

значит уравнение (1) можно разложить на множители, один из которых $(y - y_1)$

$(y^2 + 1)y - (t^2 + 1)t = (y - y_1)(.....) = (y - t)(.....)$

$(y^2 + 1)y - (t^2 + 1)t = y^3 + y - t^3 - t = (y^3 - y^2 t) + (y^2 t - yt^2) + (yt^2 - t^3) + y - t =$

$= (y^2 + yt + t^2 + 1)(y - t)$

чтобы найти остальные корни уравнения (1) нужно найти корни уравнения (2)

$y^2 + yt + t^2 + 1 = 0 \qquad (2)$

$D = t^2 - 4(t^2 + 1) = -4 - 3t^2 < 0 \Rightarrow y^2 + yt + t^2 + 1$ - уравнение (2) решений не имеет

$y = t$ – единственное решение уравнения (1)

так как $y = x^2$ и $t = 3|x| - 3a + a^2$

$x^2 - 3|x| - (a^2 - 3a) = 0 \qquad (3)$

пусть $z = |x|$

$z^2 - 3z - (a^2 - 3a) = 0 \qquad (4)$

так как уравнение (3) имеет 4 корня

уравнение (4) имеет 2 положительных корня

$$\begin{cases} D = 9 + 4(a^2 - 3a) > 0 \\ z_1 = \dfrac{3 - \sqrt{9 + 4(a^2 - 3a)}}{2} > 0 \\ z_2 = \dfrac{3 + \sqrt{9 + 4(a^2 - 3a)}}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9 + 4(a^2 - 3a) > 0 \\ 3 > \sqrt{9 + 4(a^2 - 3a)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(a^2 - 3a) + 9 > 0 \\ 4(a^2 - 3a) < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \ne 1{,}5 \\ a \in (0;3) \end{cases} \Rightarrow a \in (0;1{,}5) \cup (1{,}5;3)$$