

$$(3x-7)^2 \geq (7x-3)^2$$

$$(3x-7)^2 - (7x-3)^2 \geq 0$$

$$(9x^2 - 42x + 49) - (49x^2 - 42x + 9) \geq 0$$

$$9x^2 - 42x + 49 - 49x^2 + 42x - 9 \geq 0$$

$$-40x^2 + 40 \geq 0$$

$$40x^2 - 40 \leq 0$$

Следующее неравенство равносильно предыдущему.

$$40(x+1)(x-1) \leq 0$$



ответ: $-1 \leq x \leq 1$.

$$x^2(x^2 - 16) \leq x^2 - 16$$

$$x^2(x^2 - 16) - x^2 + 16 \leq 0$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$x^2(x^2 - 16) - x^2 + 16 = 0$$

Произведем замену переменных.

Пусть $t = x^2$

В результате .

$$t(t-16) - t + 16 = 0$$

$$(t^2 - 16t) - t + 16 = 0$$

$$t^2 - 16t - t + 16 = 0$$

$$t^2 - 17t + 16 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 225$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1 = \frac{17-15}{2 \cdot 1} = 1; t_2 = \frac{17+15}{2 \cdot 1} = 16$$

В этом случае

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \text{ и } -1$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4 \text{ и } -4$$

Расчет знаков.

Случай 1 : $x < -4$.

Пусть $x = -5$

$$(-5)^2((-5)^2 - 16) - (-5)^2 + 16 = 216 > 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 2 : $-4 < x < -1$.

Пусть $x = -2$

$$(-2)^2((-2)^2 - 16) - (-2)^2 + 16 = -36 < 0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 3 : $-1 < x < 1$.

Пусть $x = 0$

$$0^2(0^2 - 16) - 0^2 + 16 = 16 > 0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 4 : $1 < x < 4$.

Пусть $x = 2$

$$2^2(2^2-16)-2^2+16=-36<0 \text{ удовлетворяет неравенству.}$$

Случай 5 : $4 < x$.

Пусть $x=5$

$$5^2(5^2-16)-5^2+16=216>0 \text{ не удовлетворяет неравенству.}$$

Числа $-4; -1; 1; 4$ удовлетворяют неравенству.



ответ: $-4 \leq x \leq -1; 1 \leq x \leq 4$.