С1 ТР № 23. а) Решите уравнение $\dfrac{4\sin x - 2\cos 2x - 1}{\cos 2x + \sqrt{3}\cos x - 2} = 0;$

б) Найдите все корни на промежутке $\left[-\pi; \dfrac{\pi}{2}\right].$

Решение.

а) Воспользуемся условием равенства дроби нулю: дробь равна нулю тогда и только тогда, когда ее числитель равен нулю, а знаменатель при этом отличен от нуля.

$$\begin{cases} 4\sin x - 2\cos 2x - 1 = 0 \\ \cos 2x + \sqrt{3}\cos x - 2 \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 4\sin x - 2\cos^2 x + 2\sin^2 x - 1 = 0 \\ \cos^2 x - 1 + \cos^2 x + \sqrt{3}\cos x - 2 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 4\sin x - 2 + 2\sin^2 x + 2\sin^2 x - 1 = 0 \\ 2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x - 3 \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} 4\sin^2 x + 4\sin x - 3 = 0 \\ 2\cos^2 x + \sqrt{3}\cos x - 3 \neq 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} \sin x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{4} \\ \cos x \neq \dfrac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{3+24}}{4} \end{cases};$$

$$\begin{cases} \sin x = \dfrac{-2 \pm 4}{4} \\ \cos x \neq \dfrac{-\sqrt{3} \pm 3\sqrt{3}}{4} \end{cases}; \quad \begin{cases} \sin x = \dfrac{1}{2} \vee \sin x = -\dfrac{3}{2} \\ \cos x \neq \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos x \neq -\sqrt{3} \end{cases}.$$

Поскольку $\sin x \neq -\dfrac{3}{2}$, $\cos x \neq -\sqrt{3}$ при любом значении *x*, то условия $\sin x = -\dfrac{3}{2}$,

$\cos x \neq -\sqrt{3}$ можно опустить. Далее будем рассматривать систему: $\begin{cases} \sin x = \dfrac{1}{2} \\ \cos x \neq \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases};$

$$\begin{cases} x = \dfrac{\pi}{6} + 2\pi n \mid n \in Z \vee x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in Z \\ x \neq \pm\dfrac{\pi}{6} + \pi t \mid t \in Z \end{cases}; \qquad x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in Z.$$

б) Отбор корней. С помощью тригонометрического круга убеждаемся, что корней на заданном промежутке нет.

Ответ: а) $\dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in Z;$ б) Таких корней нет.

---

1. Оформление решения в таком виде, какое привел я, вовсе необязательно. Если нет достаточных навыков в использовании логических символов , лучше к ним не обращаться.

Но надо сказать, что некоторые школьники имеют такие навыки, которые они получают на уроках информатики и математики. Они неплохо знают операции над высказываниями, предикатами, грамотно используют символы логических связок. Возможно, что такие школьники есть и среди тех, кто посещает сайт Ларина Александра Александровича. Поэтому решение оформлено в основном для них.

2. Конечно же, сначала можно рассмотреть решение уравнения, получаемого с помощью приравнивания числителя к нулю. Затем, проверив каждую серию полученных корней, отсеять посторонние решения.

3. Привести тригонометрический круг при отборе корней возможности не имею. Для полноты решения могу только доказать с помощью двойного неравенства, что корней, удовлетворяющих условию б) не имеется.

$-\pi \le \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \le \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -1 \le \frac{5}{6} + 2k \le \frac{1}{2} \Leftrightarrow -6 \le 5 + 12k \le 3 \Leftrightarrow -11 \le 12k \le -2 \Leftrightarrow$

$-\frac{11}{12} \le k \le -\frac{1}{6}$. Целых значений, удовлетворяющих последнему неравенству, нет.