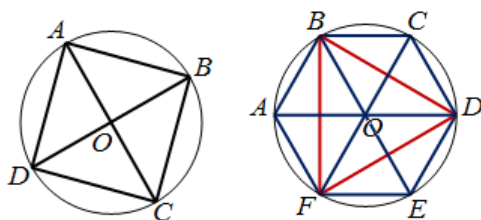


Вычислить отношение площадей квадрата, правильного треугольника и правильного шестиугольника, вписанных в одну и ту же окружность.



Вообще-то, есть формула для определения площади правильного многоугольника через известный радиус R описанной около этого многоугольника окружности:

$$S = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{2\pi}{n}.$$

Здесь n – число сторон многоугольника. Подставляя значения $n = 4$, $n = 3$ и $n = 6$, можно найти площади соответственно квадрата, правильного треугольника и правильного шестиугольника, вписанных в одну и ту же окружность, после чего без труда найти отношения их площадей. Но вряд ли вам давали эту формулу. Поэтому поступим иначе. Введём обозначения: S_4 – площадь квадрата, S_3 – площадь правильного треугольника, S_6 – площадь правильного шестиугольника. Чтобы не загромождать рисунки, квадрат рассмотрим отдельно (левый рисунок). Диагональ квадрата равна двум радиусам описанной около него окружности ($AC = BD = 2R$), а его площадь равна половине произведения диагоналей:

$$S_4 = \frac{AC \cdot BD}{2} = 2R^2.$$

Правильный шестиугольник состоит из шести правильных треугольников AOB , BOC и т.д. Сторона каждого из этих треугольников равна радиусу описанной около шестиугольника окружности. Площадь каждого из таких треугольников $s = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$. Поэтому $S_6 = 6s = \frac{3R^2 \sqrt{3}}{2}$.

Правильный треугольник BDF , вписанный в ту же окружность, что и шестиугольник $ABCDEF$ можно получить, если от шестиугольника $ABCDEF$ «отрезать» 3 равных треугольника BAF , BCD и DEF , а BDF состоит из 3-х равных «отрезанных» треугольников BOF , BOD и DOF . Поэтому $S_3 = \frac{1}{2} S_6$. Значит,

$$\frac{S_3}{S_6} = \frac{1}{2}.$$

Теперь достаточно найти $S_6 : S_4$:

$$\frac{S_6}{S_4} = \frac{3R^2 \sqrt{3}}{2} : 2R^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$