

B1 Если  $y' > 0$ , то ф-ция возрастает,  
 если  $y' < 0$  то ф-ция убывает в интервале  
 $[a, b]$

ответ: на интервале  $[-5; -1]$  ф-ция возрастает,  
 на интервале  $[-1; 3]$  ф-ция убывает

B2

$$y = (x-7)^2(1-x)$$

$$y' = 2(x-7)(1-x) + (x-7)^2(-1) = 2(x-x^2-7+7x) - (x^2-14x+49) =$$

$$= -2x^2 + 16x - 14 - x^2 + 14x - 49 = -3x^2 + 30x - 63$$

$$3x^2 - 30x + 63 = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \quad \begin{cases} x = 7 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$y'' = -6x + 30$$

$$y''(7) = -19 < 0 \quad y(7) - \text{max}$$

$$y''(3) = 12 > 0 \quad y(3) - \text{min}$$

$$y(3) = (3-7)^2(1-3) = -2 \cdot 16 = -32$$

ответ:  $(3; -32)$

B3  $y = -\frac{7x}{x^2+1} \quad y' = -\frac{(7x)'(x^2+1) - 7x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} =$

$$= -\frac{7(x^2+1) - 7x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = -\frac{7x^2+7-14x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{7x^2-7}{(x^2+1)^2}$$

$$y' = 0 \quad 7x^2 - 7 = 0 \quad x^2 - 1 = 0 \quad x^2 = 1 \quad \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$x = -2 \quad y' > 0 \quad x = 0 \quad y' < 0 \quad x = 2 \quad y' > 0$$

$$y(-1) - \text{max}$$

$$y(1) - \text{min}$$

$$y_{\text{max}} = y(-1) = -\frac{7(-1)}{1+1} = \frac{7}{2} \quad y_{\text{min}} = y(1) = -\frac{7 \cdot 1}{1+1} = -\frac{7}{2}$$

$$y_{\text{max}} - y_{\text{min}} = \frac{7}{2} + \frac{7}{2} = 7$$

ответ: 7

B4  $x^3 - 3x^2 - a = 0$  очевидно, что при  $a = 0$

$$x^3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x-3) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{имеет только} \\ \text{два корня} \end{array}$$

ответ: 0

$$c1) \quad y = \frac{7x^2}{x^2+2x-3} - 8$$

$$y' = \frac{(7x^2)'(x^2+2x-3) - 7x^2(x^2+2x-3)'}{(x^2+2x-3)^2} =$$

$$= \frac{14x(x^2+2x-3) - 7x^2(2x+2)}{(x^2+2x-3)^2} = \frac{14x^3+28x^2-42x-14x^3-14x^2}{(x^2+2x-3)^2} =$$

$$= \frac{14x^2-42x}{(x^2+2x-3)^2} \quad 14x^2-42x=0 \Rightarrow 2x(7x-21)=0$$

$$\begin{cases} x=0 & -1 & 1 & 4 \\ x=3 & y' > 0 & y' < 0 & y' > 0 \end{cases}$$

$$y(0) - \max \quad y(3) - \min$$

$$\text{ответ: } \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

$$c2) \quad y = 4 \sin \frac{x}{3} - 4\sqrt{3} \cos \frac{x}{3} + 3$$

$$y' = 4 \cos \frac{x}{3} \cdot \frac{1}{3} + 4\sqrt{3} \sin \frac{x}{3} \cdot \frac{1}{3} + 3 = \frac{4}{3} \cos \frac{x}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3} \sin \frac{x}{3}$$

$$\frac{4}{3} \cos \frac{x}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3} \sin \frac{x}{3} < 0 \Rightarrow \frac{4}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3} \frac{\sin \frac{x}{3}}{\cos \frac{x}{3}} < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4\sqrt{3}}{3} \operatorname{tg} \frac{x}{3} + \frac{4}{3} < 0 \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{x}{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} < 0$$

определим нули функции  $\operatorname{tg} \frac{x}{3}$

$$\frac{x}{3} = -\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi k \quad \frac{x}{3} = -\frac{\pi}{6} + \pi k \quad x = -\frac{\pi}{2} + 3\pi k$$

$k$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$\phi$	$-\frac{25\pi}{2}$	$-\frac{19\pi}{2}$	$-\frac{13\pi}{2}$	$-\frac{7\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{2}$	$\frac{17\pi}{2}$	$\frac{23\pi}{2}$
$y$	<0	>0	<0	>0	<0	>0	<0	>0	<0

other  $x \in \left(-\frac{19\pi}{2}, -\frac{13\pi}{2}\right) \cup \left(-\frac{7\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{2}, \frac{11\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{17\pi}{2}, \frac{23\pi}{2}\right)$