*Дана функция* y(x) = x3 + 3x + 2.

1) Область определения функции. Так как функция не имеет дроби или корня, то нет ограничения в области её определения.

D(y) = (−∞; +∞).

2) Четность и нечетность функции:

Проверим функцию - четна или нечетна с помощью соотношений f(x)=f(-x) и f(x)=-f(x). Итак, проверяем: $f\left(-x\right)=\left(-x\right)^{3}+3\*\left(-x\right)+2=-x^{3}-3x+23\ne f\left(x\right)\ne -f\left(x\right).$

3начит, функция не является ни чётной, ни нечётной.

3) Определим точки пересечения графика функции с осями координат.

Найдем точки пересечения с осью ординат Oy, для чего приравниваем x = 0: у = 03 + 3\*0 + 2 = 2.

Таким образом, точка пересечения с осью Oy имеет координаты (0; 2).

Найдем точки пересечения с осью абсцисс Ox, для чего надо решить кубическое уравнение x3 + 3x + 2 = 0.

Для вычисления корней данного кубического уравнения используем формулы Кардано.

Для начала нам надо привести наше уравнение до вида:

y3 + py + q = 0. Для этого используются следующие формулы:

$$p=-\frac{b^{2}}{3a^{2}}+\frac{c}{a}; q=\frac{2b^{3}}{27a^{3}}-\frac{bc}{3a^{2}}+\frac{d}{a},$$

где a = 1 - коэффициент при x3,

b = 0 - коэффициент при x2,

c = 3 - коэффициент при x,

d = 2 - свободный член.

Подставим наши значения в данные формулы, мы получим:

$$p=-\frac{0^{2}}{3\*1^{2}}+\frac{3}{1}=3; q=\frac{2\*0^{3}}{27\*1^{3}}-\frac{0\*3}{3\*1^{2}}+\frac{2}{1}=2.$$

Потом использовав формулу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Q* | = |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ( |

|  |
| --- |
| *p* |
| 3 |

 | ) |

 | 3 |

 | + |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ( |

|  |
| --- |
| *q* |
| 2 |

 | ) |

 | 2 |

 |

вычислим количество корней кубического уравнения. Если:

Q > 0 — один вещественный корень и два сопряженных комплексных корня;

Q < 0 — три вещественных корня;

Q = 0 — один однократный вещественный корень и один двукратный, или, если p = q = 0, то один трехкратный вещественный корень.

В нашем случае Q = (3/3)³ + (2/2)² = 1 + 1 = 2, будем иметь один вещественный корень и два сопряженных комплексных корня.

А сами корни найдём по следующим формулам:

$$x\_{1}=α+β-\frac{b}{3a};$$

$$x\_{2,3}=-\frac{α+β}{2}-\frac{b}{3a}\mp i\frac{α-β}{2}\sqrt{3} ;$$

где $α=\left(-\frac{q}{2}+\sqrt{Q}\right)^{\frac{1}{3}} , β=\left(-\frac{q}{2}-\sqrt{Q}\right)^{\frac{1}{3}}.$

Подставив наши значения в вышеуказанные формулы вычислим, что:

α = 0,7454, β = −1,3415.

x1= −0,5961; x2,3 = 0,298 ± i·1,8073.

4) Стационарные точки, интервалы возрастания и убывания функции, экстремумы функции.

Исследуем функцию на экстремумы и монотонность. Для этого найдем первую производную функции: y’ = (x3 + 3x + 2)’ = 3x2 + 3 = 3(x2 + 1).

Приравняем первую производную к нулю и найдем стационарные точки (в которых y′=0): 3(x2 + 1) = 0.

Так как это уравнение не имеет корней, то функция не имеет критических точек.

Определим знаки производной.

Так как производная y’ = 3(x2 + 1) в любой точке положительна, то функция строго возрастающая.

5) Дополнительные точки для построения графика функции y(x) = x3 + 3x + 2:

|  |  |
| --- | --- |
| x | y |
| -4.0 | -74 |
| -3.5 | -51.4 |
| -3.0 | -34 |
| -2.5 | -21.1 |
| -2.0 | -12 |
| -1.5 | -5.9 |
| -1.0 | -2 |
| -0.5 | 0.4 |
| 0 | 2 |
| 0.5 | 3.6 |
| 1.0 | 6 |
| 1.5 | 9.9 |
| 2.0 | 16 |
| 2.5 | 25.1 |
| 3.0 | 38 |
| 3.5 | 55.4 |
| 4.0 | 78 |

6) По полученным данным строим график, и отметим характерные точки (пересечения с осями).

