*

20 октября 2020 г.

Пусть a, b и c — стороны треугольника, причём a — его наибольшая сторона; если $a^2 < b^2 + c^2$, то треугольник остроугольный; если $a^2 > b^2 + c^2$, то треугольник тупоугольный; если $a^2 = b^2 + c^2$, то треугольник прямоугольный.

Доказательство:

По теореме косинусов:

$a^2 =$ b $^2 +$ c $^2 - 2bc\cos\alpha$.

Отсюда $2bc\cos\alpha = b^2 + c^2 - a^2$.

Если $a^2 < b^2 + c^2$, то $b^2 + c^2 - a^2$ > 0. Следовательно, $2bc\cos\alpha$ > 0, т. е. $\cos\alpha$ > 0. Поэтому угол α — острый.

Поскольку a — наибольшая сторона треугольника, то против неё лежит больший угол, который, как мы доказали, является острым. Следовательно, в этом случае треугольник является остроугольным

Если $a^2 > b^2 + c^2$, то $b^2 + c^2 - a^2$ < 0 0. Значит, $2bc\cos\alpha <$ 0, т. е. $\cos\alpha$ < 0.

Следовательно, угол α — тупой. В этом случае треугольник является тупоугольным

Если $a^2 = b^2 + c^2$, то $2bc\cos\alpha$ = 0. Следовательно, $\cos\alpha$ = 0. Отсюда $\alpha =$ 90°

В этом случае треугольник является прямоугольным