

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 6$$

область $D_f: x \in \mathbb{R}$

производная как будет больше нуля то функция будет возрастающая

производная как будет меньше нуля то функция будет убывающая

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2}x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 6 \right) = \frac{d}{dx} \frac{x^4}{2} - \frac{d}{dx} 3x^3 + \frac{d}{dx} 2x^2 + \frac{d}{dx} 6 = \frac{4x^3}{2} - 3 \cdot 3x^2 + 2 \cdot 2x + 0 = 2x^3 - 9x^2 + 4x$$

запишем в альтернативной форме: $2x^3 - 9x^2 + 4x = x(2x^2 - 9x + 4)$

ищем аргументов для которых производная = 0

$$x(2x^2 - 9x + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$2x^2 - 9x + 4 = 0 \quad a = 2 \quad b = -9 \quad c = 4 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 81 - 32 = 49$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-9) - 7}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-9) + 7}{2 \cdot 2} = 4$$

теперь укажу как выследовать где $x(2x^2 - 9x + 4) > 0$ и $x(2x^2 - 9x + 4) < 0$

знаем что $x(2x^2 - 9x + 4) = 0$ для аргументов $x = \left\{ 0, \frac{1}{2}, 4 \right\}$

посмотрим склелко будет для например 1 (берешь простое число)

$$1(2 \cdot 1^2 - 9 \cdot 1 + 4) = -3 \quad \text{значит для}$$

$$x \in (-\infty, 0) \Rightarrow \frac{d}{dx} f(x) < 0 \Rightarrow f(x) \text{ убывающая}$$

$$x \in \left(0, \frac{1}{2} \right) \Rightarrow \frac{d}{dx} f(x) > 0 \Rightarrow f(x) \text{ возрастающая}$$

$$x \in \left(\frac{1}{2}, 4 \right) \Rightarrow \frac{d}{dx} f(x) < 0 \Rightarrow f(x) \text{ убывающая}$$

$$x \in (4, \infty) \Rightarrow \frac{d}{dx} f(x) > 0 \Rightarrow f(x) \text{ возрастающая}$$