

$$\log_{0,5}^2(x) - \log_{0,5}(x) = 6$$

Отметим ОДЗ.

$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_{0,5}^2(x) - \log_{0,5}(x) = 6 \end{cases}$$

Произведем замену переменных.

$$\begin{cases} a = \log_{0,5}(x) \\ x > 0 \\ a^2 - a = 6 \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$a^2 - a = 6$$

$$a^2 - a - 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25$$

$$a_1 = \frac{1-5}{2 \cdot 1} = -2; \quad a_2 = \frac{1+5}{2 \cdot 1} = 3$$

Ответ вспомогательного уравнения: $a = -2; a = 3$

Теперь решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1.

$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_{0,5}(x) = -2 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$\log_{0,5}(x) = -2$$

$$\log_{0,5}(x) + 2 = 0$$

$$\log_{0,5}(x) + \log_{0,5}(0,5^2) = \log_{0,5}(1)$$

$$\log_{0,5}(0,5^2 x) = \log_{0,5}(1)$$

$$0,5^2 x = 1$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 0,25x = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ x = \frac{1}{0,25} \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Случай 2.

$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_{0,5}(x) = 3 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$\log_{0,5}(x) = 3$$

$$\log_{0,5}(x) = \log_{0,5}(0,5^3)$$

$$x = 0,5^3$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x = 0,5^3 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0 \\ x = 0,125 \end{cases}$$

Ответ:

x
4
0,125