

1

напомню что логарифм это степень числа, то есть

$$\log_a b = c \Rightarrow a^c = b$$

для логарифма $\log_a b$ областью допустимых значений является

$$\begin{cases} b > 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

тогда для логарифма из задания

$$\begin{cases} x > 0 \\ x - 4 > 0 \\ 5 \neq 0 \end{cases}$$

5 всегда не равно нулю

$$\begin{cases} x > 0 \\ x - 4 > 0 \end{cases}$$

чтоб решить систему неравенств нужно решить неравенства по отдельности (первое уже решено)

$$\begin{aligned} x - 4 > 0 & \quad | +4 \\ x & > 4 \end{aligned}$$

тогда

$$\begin{cases} x > 0 \\ x > 4 \end{cases}$$

то есть x больше и 4 и 0 одновременно

тогда просто $x > 4$ а в другой записи это $(4; +\infty)$

2

есть свойство логарифма

$$\log_c(a) + \log_c(b) = \log_c(ab)$$

тогда у нас слева будет

$$\log_5((x)(x-4)) = \log_5(x^2 - 4x)$$

$$\log_5(x^2 - 4x) = 1$$

3

$$\log_5(x^2 - 4x) = 1$$

по определению логарифма

$$1 = \log_5 5$$

тогда

$$\log_5(x^2 - 4x) = \log_5 5$$

а если степени в которые нужно возвести 5 чтоб получить разные выражения одинаковы, значит и эти самые выражения одинаковы

$$x^2 - 4x = 5 \quad | -5$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{36} = 6$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

тогда

$$x_1 = \frac{4 + 6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{4 - 6}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$