

В ПОМОЩЬ СТАРШЕКЛАССНИКАМ, ПРЕПОДАВАТЕЛЯМ
И АБИТУРИЕНТАМ

Е. М. Рабинович

**Задачи
и упражнения
на готовых чертежах**

7–9 классы
ГЕОМЕТРИЯ

ИЛЕКСА
Москва
2016

Рецензенты:

Г.В. Апостолова — зав. сектором математики
Киевского Межрегионального института усовершенствования учителей,
кандидат физико-математических наук, доцент
М.С. Якир — Заслуженный учитель Украины

Художник-оформитель *М.Л. Курдюмов*

Для детей старше шести лет.
В соответствии с Федеральным законом
от 29 декабря 2010 г. № 436-ФЗ.

Рабинович Е. М.

Задачи и упражнения на готовых чертежах. 7–9 классы. Геометрия.—
М.: ИЛЕКСА, 2016.— 60 с.
ISBN 978-5-89237-141-4

ISBN 978-5-89237-141-4

© Рабинович Е.М., 2005
© ИЛЕКСА, 2005

Предисловие

Хорошо известно, как много времени, особенно на начальном этапе изучения геометрии, занимает выполнение чертежей. Ученику зачастую легче решить задачу, чем сделать к ней рисунок. Именно поэтому для отработки навыков решения задач выгодно пользоваться готовыми чертежами. Это значительно увеличивает объем рассматриваемого на уроке материала, повышает его эффективность.

Предлагаемое пособие является дополнительным сборником задач по геометрии для учащихся 7-9 классов и ориентировано на учебник А.В. Погорелова «Геометрия 7-11». Пособие составлено в виде таблиц и содержит более 400 задач и упражнений по геометрии для учеников 7-9 классов.

Задачи каждой таблицы соответствуют определенной теме школьного курса планиметрии.

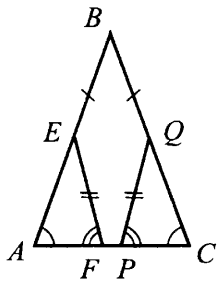
Условия некоторых задач представлены в традиционной структуре: «Дано — Найти» или «Дано — Доказать». В тех случаях, когда задачи можно объединить в группу, задание сформулировано в верхней части таблицы.

В пособии 13 таблиц для 7 класса, 17 таблиц для 8 класса и 14 таблиц для 9 класса. Оно предназначено прежде всего для обучения школьников самостоятельному решению задач по только что изученному материалу. Задания пособия могут также использоваться для организации самостоятельных и проверочных работ.

Многие задания пособия могут быть решены устно.

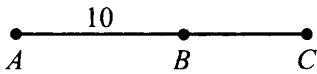
К большинству задач и упражнений приведены ответы, указания и решения.

В книге приняты следующие условные обозначения:

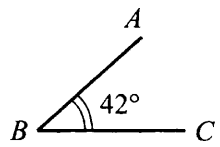


Равные отрезки на чертежах отмечены одинаковым количеством штрихов, равные углы — одинаковым количеством дуг, за исключением искомым углов.

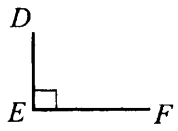
На рисунке $BE = BQ, EF = QP, \angle A = \angle C, \angle EFA = \angle QPC$.



$AB = 10 \text{ см.}$



$\angle ABC = 42^\circ.$



$\angle DEF = 90^\circ.$

Таблица 7.1. Измерение отрезков


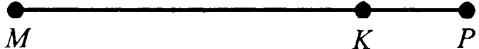
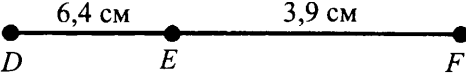

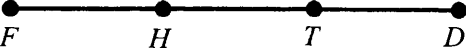

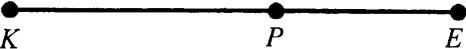
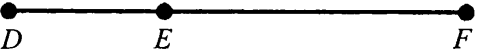
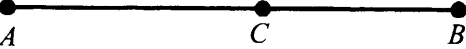
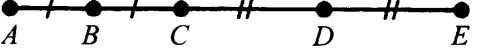
<p>1</p>  <p>Дано: $AB = 6$ см, $BC = 9$ см. Найти: AC.</p>	<p>2</p>  <p>Дано: $MP = 12$ см, $KP = 3$ см. Найти: MK.</p>
<p>3</p>  <p>Дано: $DF = 9,3$ см. Найти ошибку.</p>	<p>4</p>  <p>Дано: $KM = 9$ см, $LN = 8$ см, $KN = 12$ см. Найти: LM.</p>
<p>5</p>  <p>Дано: $FT = 11$ см, $HD = 9$ см, $HT = 5$ см. Найти: FD.</p>	<p>6</p>  <p>1) Дано: $AB = CD$. Доказать: $AC = BD$. 2) Дано: $AC = BD$. Доказать: $AB = CD$.</p>
<p>7</p>  <p>Дано: $KP - PE = 3$ см, $KE = 21$ см. Найти: KP и PE.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $DF = 24$ см, $FE = 3DE$. Найти: DE и FE.</p>
<p>9</p>  <p>Дано: $AB = 28$ см, $AC : CB = 4 : 3$. Найти: AC и CB.</p>	<p>10</p>  <p>Дано: $AB = BC$, $CD = DE$. Найти: 1) BD, если $AE = 20$ см; 2) AE, если $BD = 12$ см.</p>

Таблица 7.2. Измерение углов

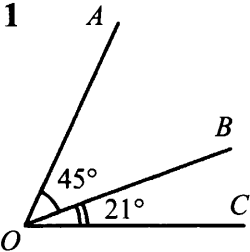
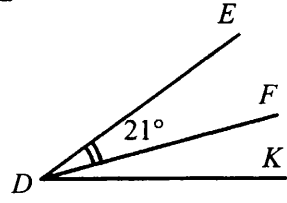
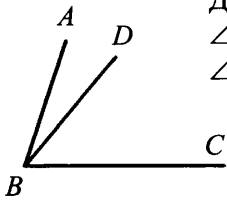
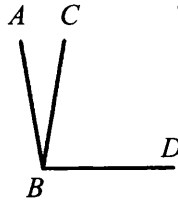
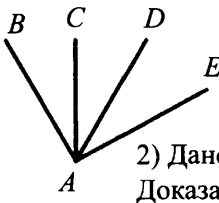
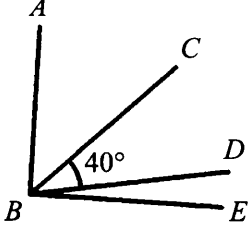
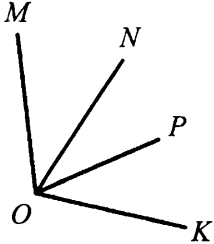
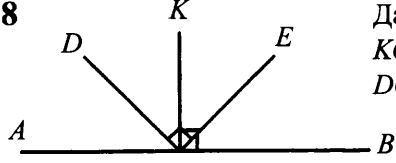
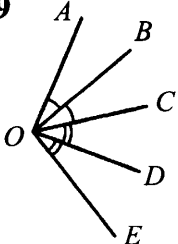
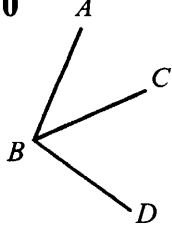
<p>1</p>  <p>Найти: $\angle AOC$.</p>	<p>2</p>  <p>Дано: $\angle EDK = 36^\circ$. Найти: $\angle FDK$.</p>
<p>3</p>  <p>Дано: $\angle ABC = 72^\circ$, $\angle DBC - \angle ABD = 26^\circ$. Найти: $\angle ABD$ и $\angle DBC$.</p>	<p>4</p>  <p>Дано: $\angle ABD = 100^\circ$, $\angle CBD = 4 \angle ABC$. Найти: $\angle ABC$ и $\angle CBD$.</p>
<p>5</p>  <p>1) Дано: $\angle BAC = \angle DAE$. Доказать: $\angle BAD = \angle CAE$. 2) Дано: $\angle BAD = \angle CAE$. Доказать: $\angle BAC = \angle DAE$.</p>	<p>6</p>  <p>Дано: $\angle ABD = 85^\circ$, $\angle CBE = 45^\circ$. Найти: $\angle ABE$.</p>
<p>7</p>  <p>Дано: $\angle MOK = 110^\circ$, $\angle MOP = 73^\circ$, $\angle NOP = 64^\circ$. Найти: $\angle NOK$.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $KO \perp AB$, $DO \perp OE$. Доказать: $\angle AOD = \angle KOE$, $\angle DOK = \angle EOB$.</p>
<p>9</p>  <p>1) Дано: $\angle AOE = 96^\circ$. Найти: $\angle BOD$. 2) Дано: $\angle BOD = 42^\circ$. Найти: $\angle AOE$.</p>	<p>10</p>  <p>Дано: $\angle ABD = 105^\circ$, $\angle ABC : \angle CBD = 3 : 4$. Найти: $\angle ABC$, $\angle CBD$.</p>

Таблица 7.3. Смежные углы

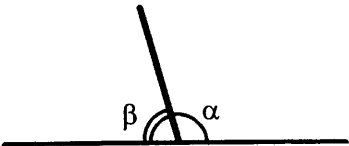
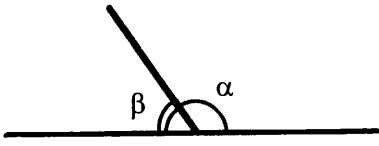
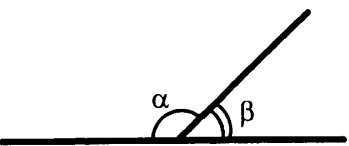
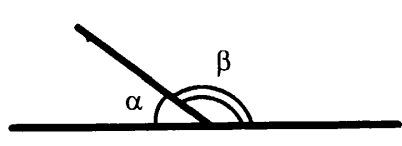
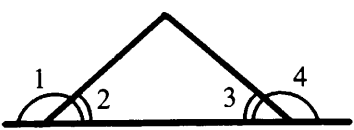
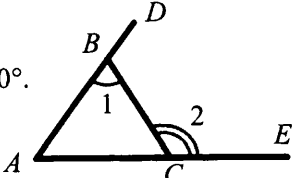
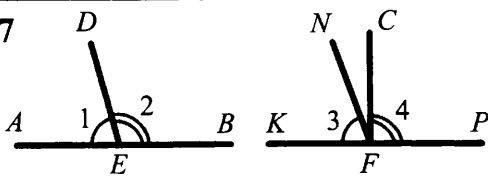
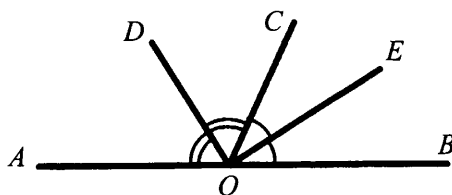
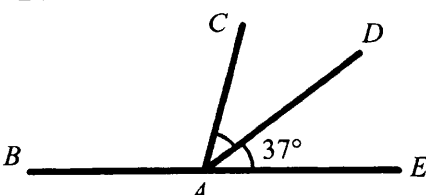
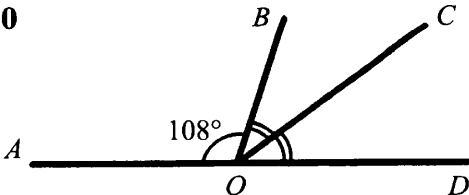
<p>1</p>  <p>Дано: $\alpha - \beta = 30^\circ$. Найти: α, β.</p>	<p>2</p>  <p>Дано: $\alpha = 90^\circ + \beta$. Найти: α, β.</p>
<p>3</p>  <p>Дано: $\alpha = 3\beta$. Найти: α, β.</p>	<p>4</p>  <p>Дано: $\alpha : \beta = 1 : 5$. Найти: α, β.</p>
<p>5</p>  <p>Дано: $\angle 1 = \angle 4$. Доказать: $\angle 2 = \angle 3$.</p>	<p>6</p>  <p>Дано: $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. Доказать: 1) $\angle ABC = \angle ACB$; 2) $\angle DBC = \angle BCE$.</p>
<p>7</p>  <p>Дано: $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$. Найти ошибку.</p>	<p>8</p>  <p>Найти: $\angle DOE$.</p>
<p>9</p>  <p>Найти: $\angle BAC$.</p>	<p>10</p>  <p>Найти: $\angle BOC$.</p>

Таблица 7.4. Смежные и вертикальные углы

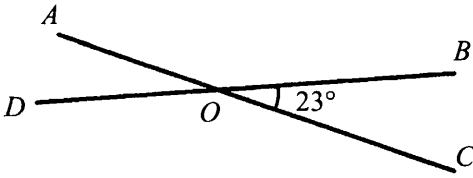
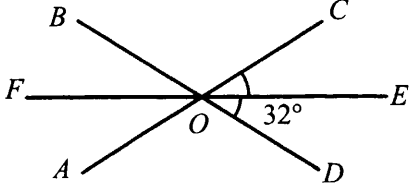
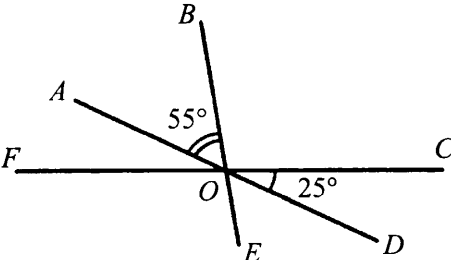
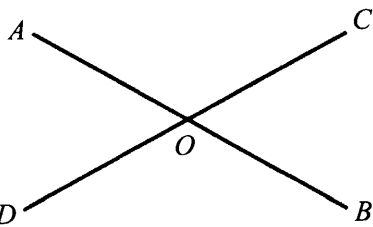
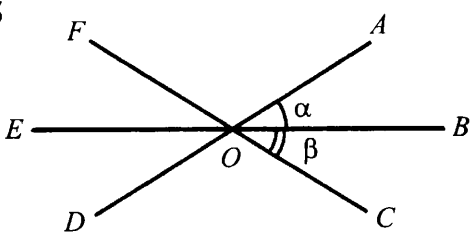
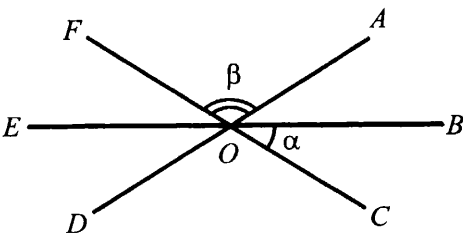
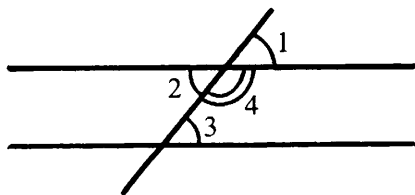
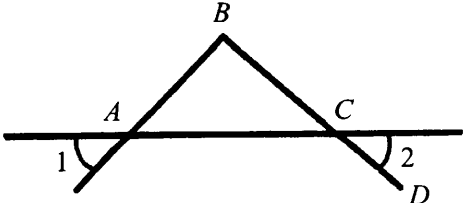
<p>1</p>  <p>Найти: $\angle AOB$, $\angle AOD$, $\angle COD$.</p>	<p>2</p>  <p>Найти: $\angle BOC$.</p>
<p>3</p>  <p>Найти: $\angle FOE$.</p>	<p>4</p>  <p>Дано: $\angle AOD + \angle AOC + \angle COB = 210^\circ$. Найти: $\angle AOD$ и $\angle DOB$.</p>
<p>5</p>  <p>Найти: $\angle AOF$.</p>	<p>6</p>  <p>Найти: $\angle EOD$.</p>
<p>7</p>  <p>Дано: $\angle 2 = \angle 3$. Доказать: 1) $\angle 1 = \angle 3$; 2) $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $\angle 1 = \angle 2$. Доказать: $\angle BAC + \angle ACD = 180^\circ$.</p>

Таблица 7.5. Признаки равенства треугольников

Найти пары равных треугольников и доказать их равенство:

<p>1</p>	<p>2</p>	<p>3</p>
<p>4</p>	<p>5</p>	<p>6</p>
<p>7</p>	<p>8</p>	<p>9 Дано: $AD = BF$.</p>
<p>10 Дано: $AC = BC$.</p>	<p>11</p>	<p>12</p>

Таблица 7.6. Равнобедренный треугольник

Доказать: $\triangle ABC$ — равнобедренный.

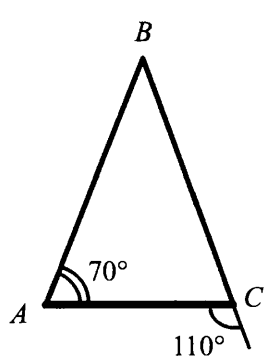
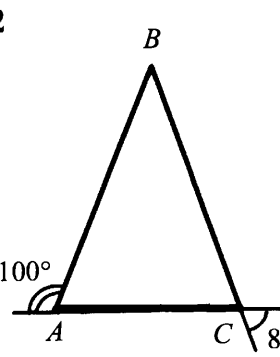
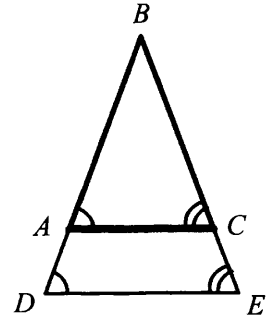
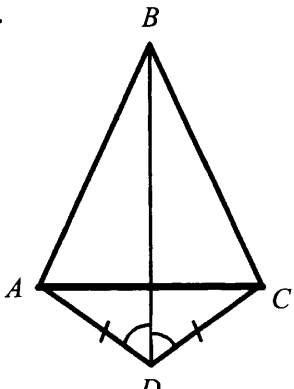
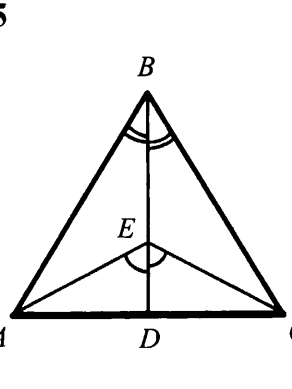
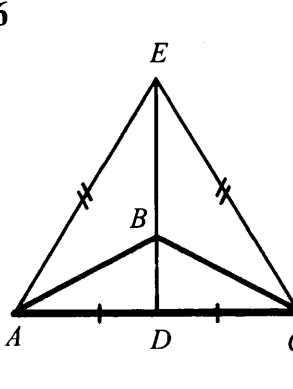
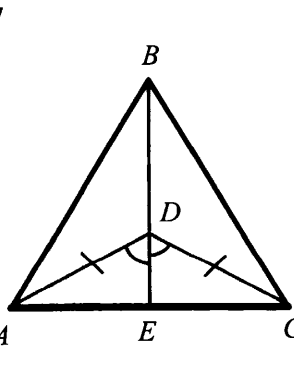
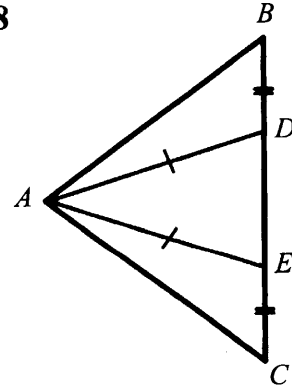
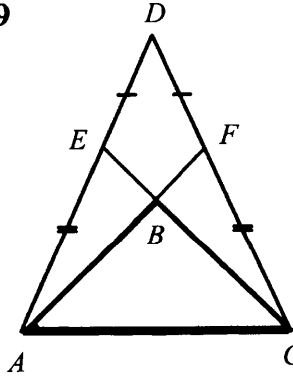
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p>  <p>Дано: $BD = BE$.</p>
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> 	<p>9</p> 

Таблица 7.7. Признаки параллельности прямых

Параллельны ли прямые a и b ?

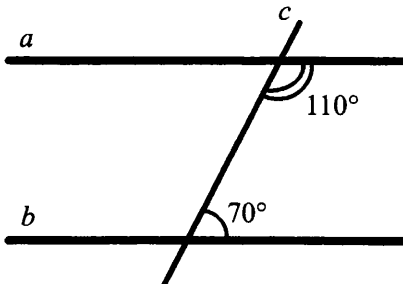
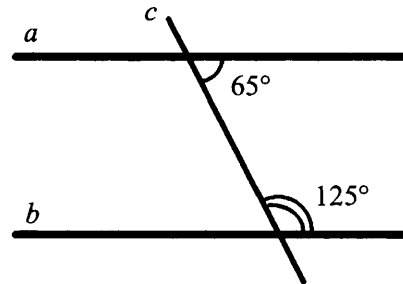
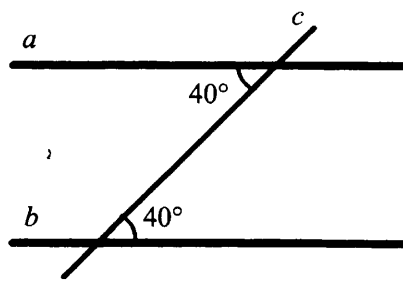
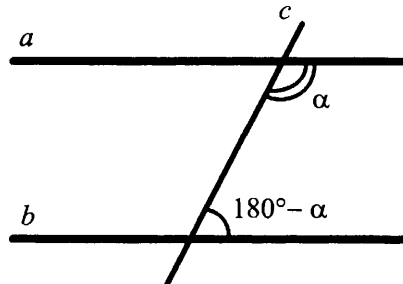
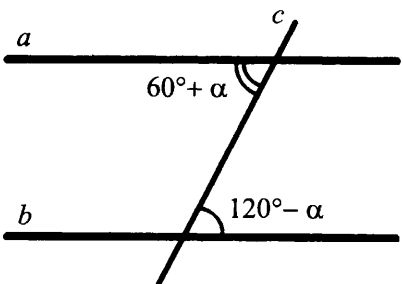
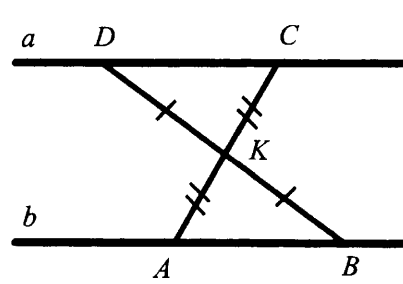
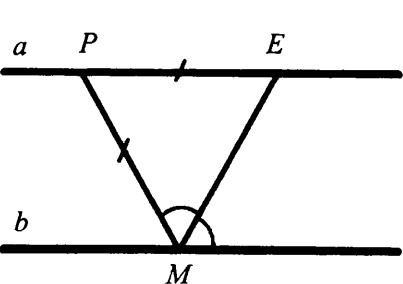
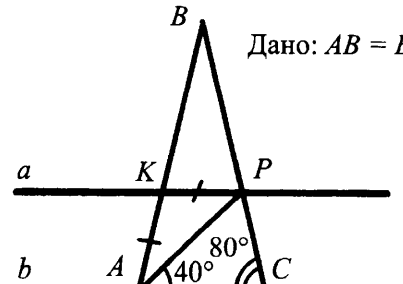
<p>1</p> 	<p>2</p> 
<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> <p>Дано: $AB = BC$.</p> 

Таблица 7.8. Признаки параллельности прямых

В задачах 1–6 найти x и y .

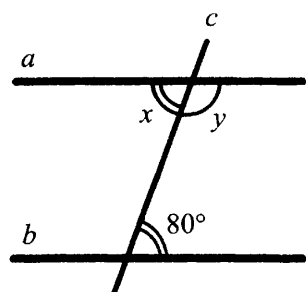
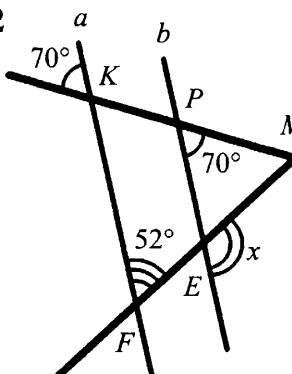
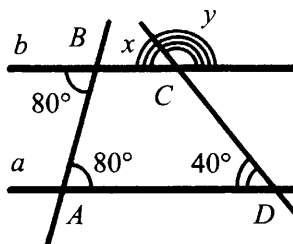
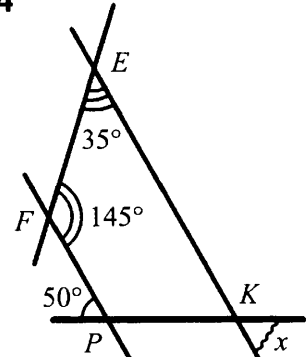
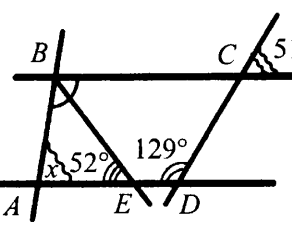
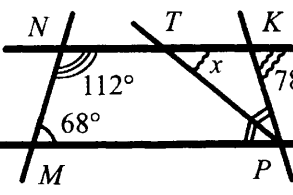
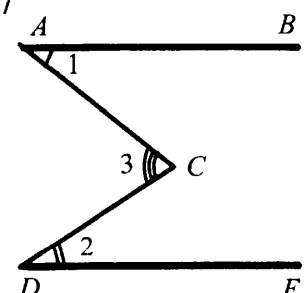
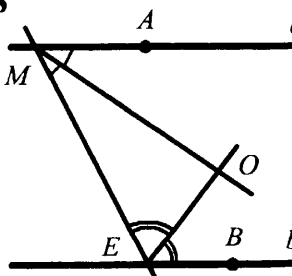
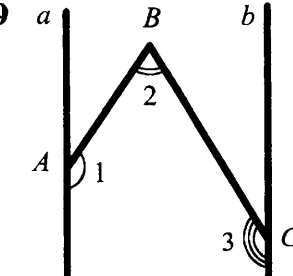
<p>1</p>  <p>Дано: $a \parallel b$.</p>	<p>2</p> 	<p>3</p> 
<p>4</p> 	<p>5</p>  <p>Дано: $\angle ABE = \angle CBE$.</p>	<p>6</p> 
<p>7</p>  <p>Дано: $AB \parallel DE$. Доказать: $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $a \parallel b$. Доказать: $\angle MOE = 90^\circ$.</p>	<p>9</p>  <p>Дано: $a \parallel b$. Доказать: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.</p>

Таблица 7.9. Сумма углов треугольника

Найти неизвестные углы $\triangle ABC$.

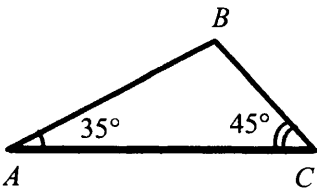
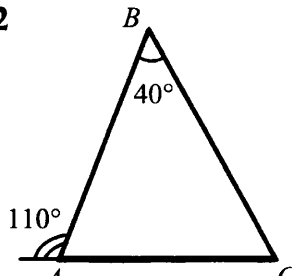
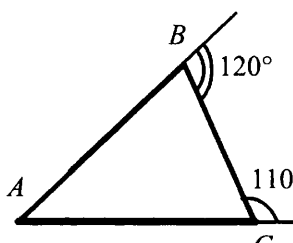
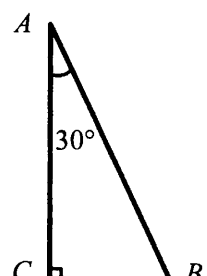
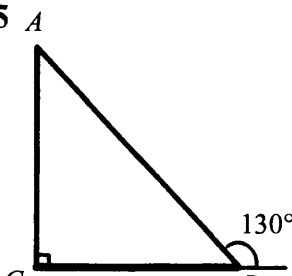
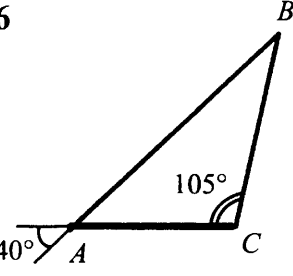
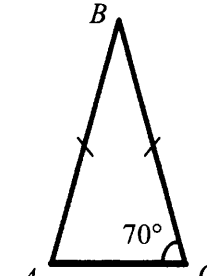
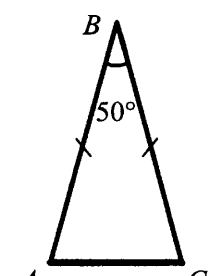
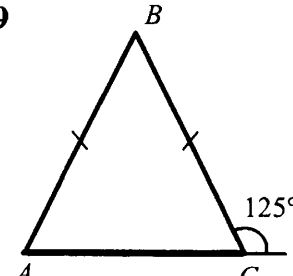
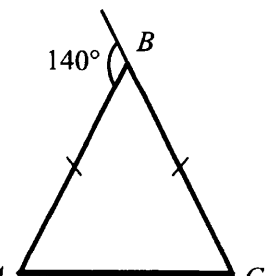
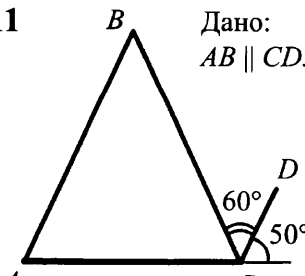
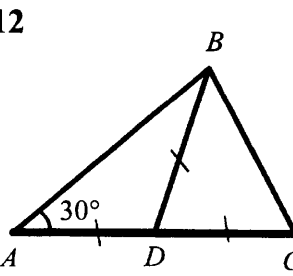
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> 	<p>9</p> 
<p>10</p> 	<p>11</p> <p>Дано: $AB \parallel CD$.</p> 	<p>12</p> 

Таблица 7.10. Сумма углов треугольника

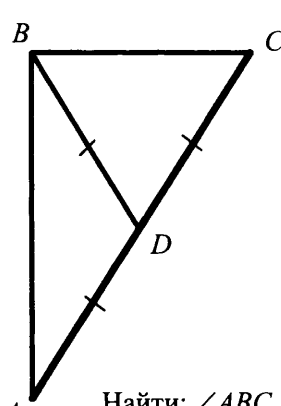
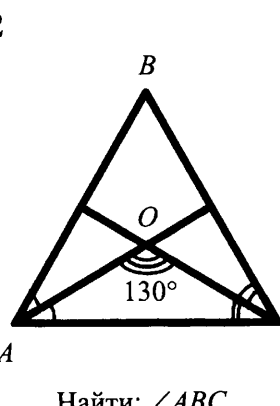
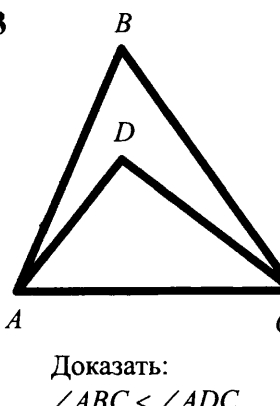
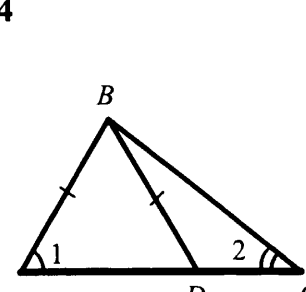
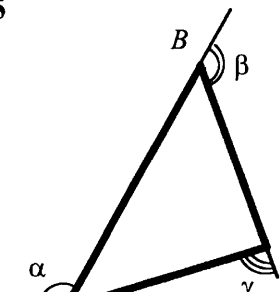
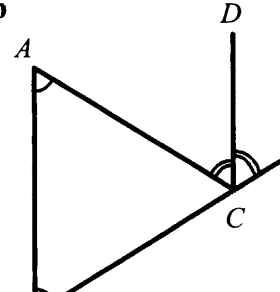
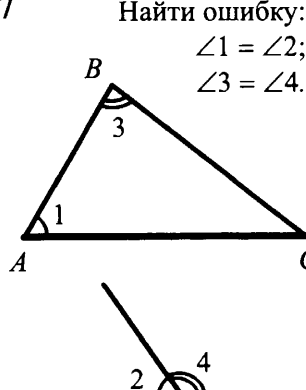
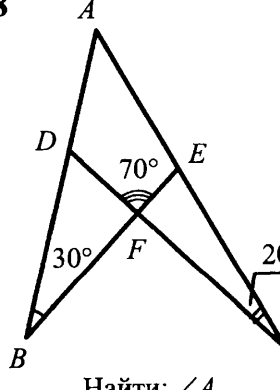
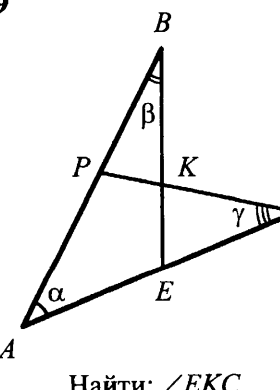
<p>1</p>  <p>Найти: $\angle ABC$.</p>	<p>2</p>  <p>Найти: $\angle ABC$.</p>	<p>3</p>  <p>Доказать: $\angle ABC < \angle ADC$.</p>
<p>4</p>  <p>Доказать: $\angle 1 > \angle 2$.</p>	<p>5</p>  <p>Найти: $\alpha + \beta + \gamma$.</p>	<p>6</p>  <p>Доказать: $AB \parallel CD$.</p>
<p>7 Найти ошибку: $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$.</p> 	<p>8</p>  <p>Найти: $\angle A$.</p>	<p>9</p>  <p>Найти: $\angle EKC$.</p>

Таблица 7.11. Прямоугольный треугольник

Найти равные треугольники (задачи 1–3).

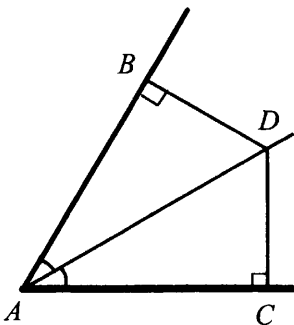
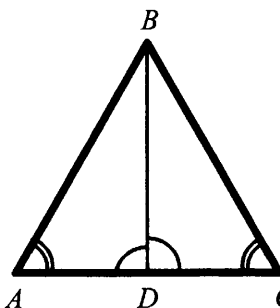
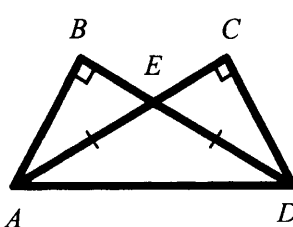
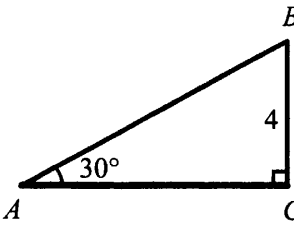
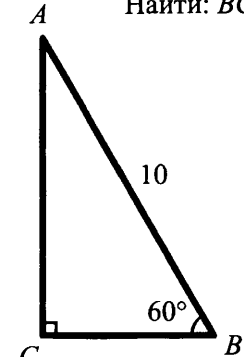
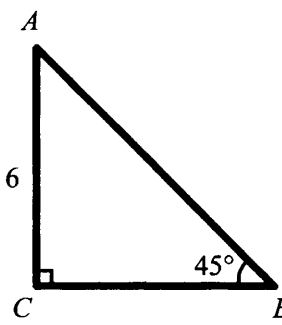
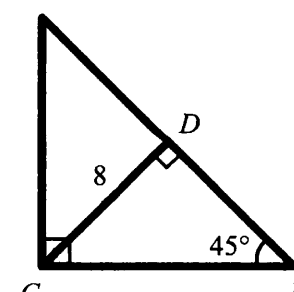
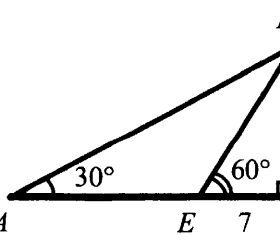
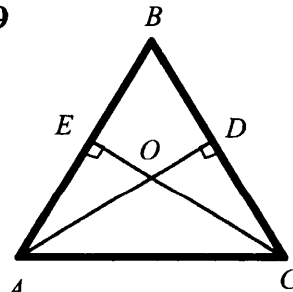
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p>  <p>Дано: $AE = ED$.</p>
<p>4</p>  <p>Найти: AB.</p>	<p>5</p> <p>Найти: BC.</p> 	<p>6</p>  <p>Найти: BC.</p>
<p>7</p>  <p>Найти: AB.</p>	<p>8</p>  <p>Найти: AE.</p>	<p>9</p>  <p>Дано: $AO = OC$. Доказать: $AB = BC$.</p>

Таблица 7.12. Окружность

O — центр окружности.

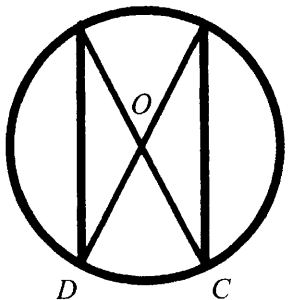
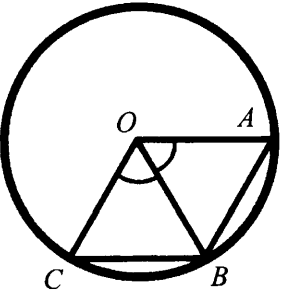
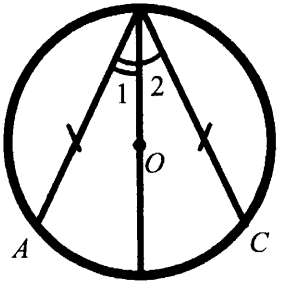
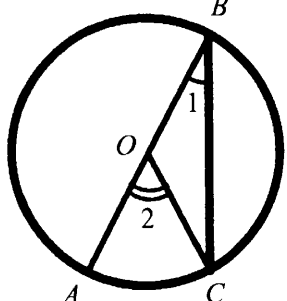
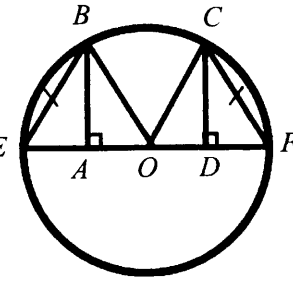
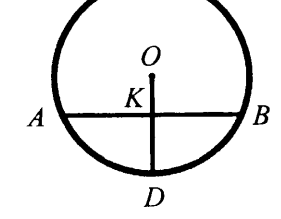
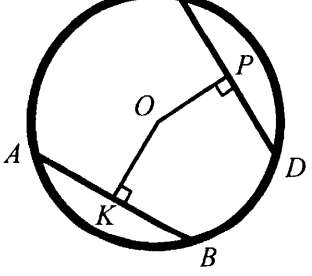
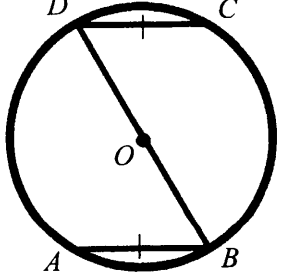
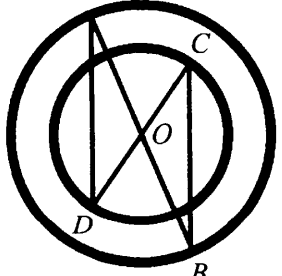
<p>1</p>  <p>Доказать: $AD = BC$.</p>	<p>2</p>  <p>Доказать: $AB = BC$.</p>	<p>3</p>  <p>Доказать: $\angle 1 = \angle 2$.</p>
<p>4</p>  <p>Доказать: $\angle 2 = 2\angle 1$.</p>	<p>5</p>  <p>Доказать: $CD = BA$.</p>	<p>6</p>  <p>1) Дано: $AB \perp OD$. Доказать: $AK = KB$. 2) Дано: $AK = KB$. Доказать: $AB \perp OD$.</p>
<p>7</p>  <p>Дано: $AB = CD$. Доказать: $OK = OP$.</p>	<p>8</p>  <p>Доказать: $AB \parallel CD$.</p>	<p>9</p>  <p>Доказать: $AD = BC$.</p>

Таблица 7.13. Окружность и касательная

O и O_1 — центры окружностей.

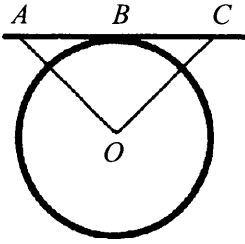
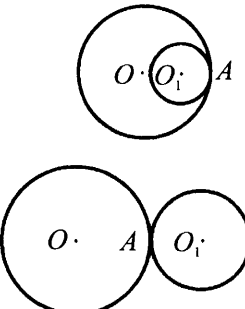
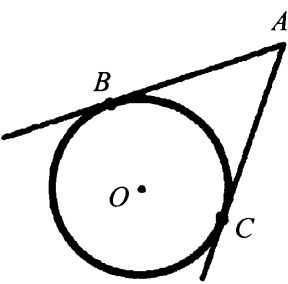
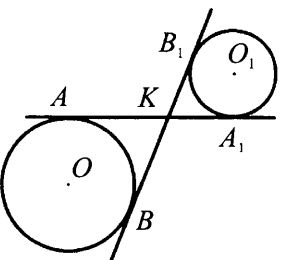
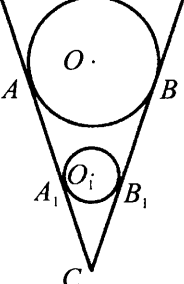
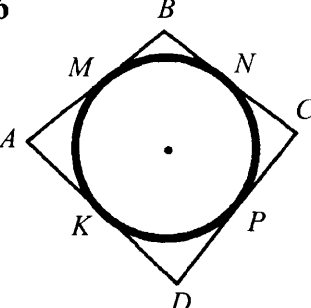
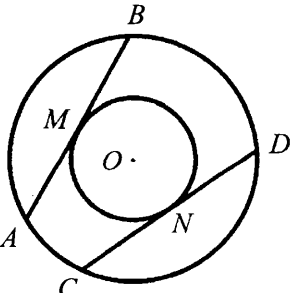
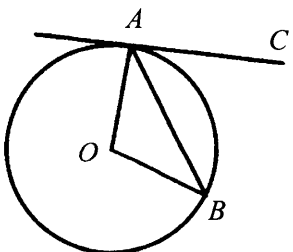
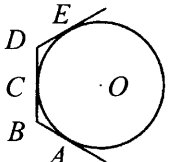
<p>1</p>  <p>1) Дано: $AB = BC$. Доказать: $OA = OC$.</p> <p>2) Дано: $OA = OC$. Доказать: $AB = BC$.</p>	<p>2</p>  <p>Доказать: A лежит на прямой OO_1.</p>	<p>3</p>  <p>Доказать: $AB = AC$.</p>
<p>4</p>  <p>Доказать: 1) $AA_1 = BB_1$, 2) $K \in OO_1$.</p>	<p>5</p>  <p>Доказать: 1) $AA_1 = BB_1$, 2) $C \in OO_1$.</p>	<p>6</p>  <p>Доказать: $AB + CD = BC + AD$.</p>
<p>7</p>  <p>Доказать: $AB = CD$.</p>	<p>8</p>  <p>Доказать: $\angle AOB = 2\angle CAB$.</p>	<p>9</p>  <p>1) Дано: $\angle ABC = \angle CDE$. Доказать: $AB = BC = CD = DE$.</p> <p>2) Дано: $AB = BC = CD = DE$. Доказать: $\angle ABC = \angle CDE$.</p>

Таблица 8.1. Определение и признаки параллелограмма

Доказать, что $ABCD$ — параллелограмм.

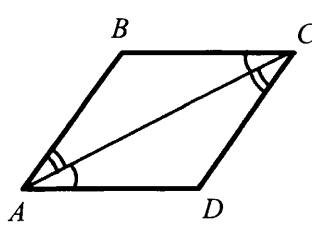
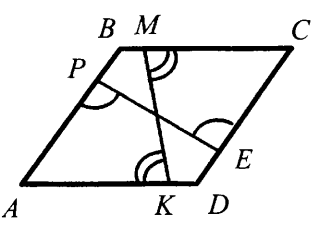
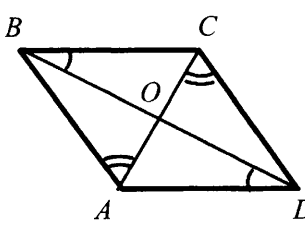
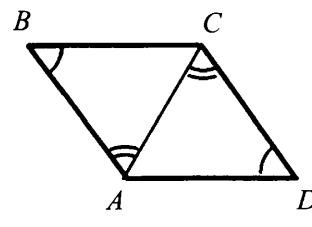
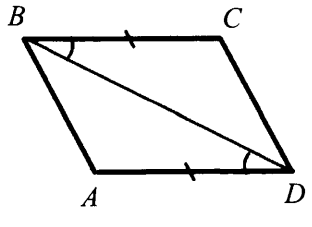
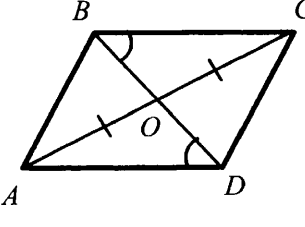
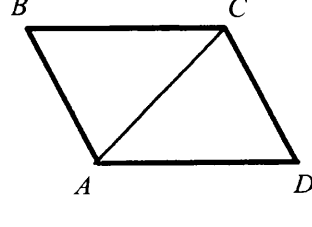
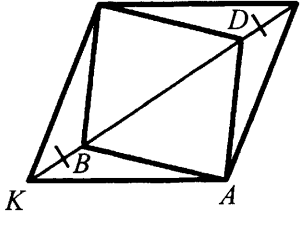
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p>  <p>Дано: $\triangle AOB = \triangle COD$.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $\triangle ABC = \triangle CDA$.</p>	<p>9</p>  <p>Дано: $AKCE$ — параллелограмм.</p>

Таблица 8.2. Определение и признаки параллелограмма

Доказать, что $ABCD$ — параллелограмм.

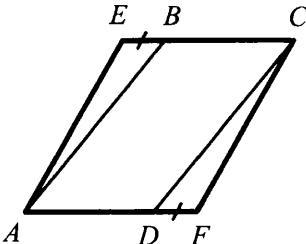
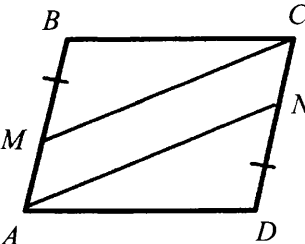
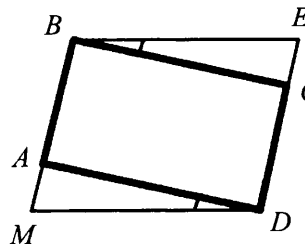
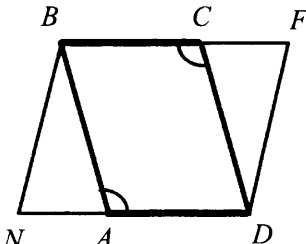
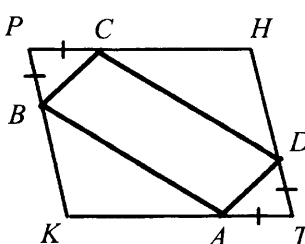
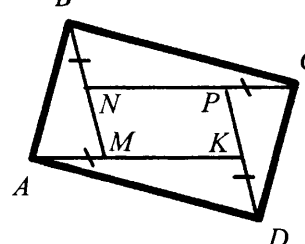
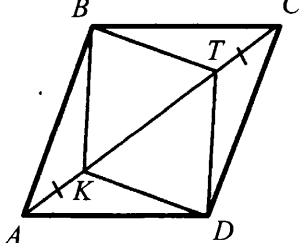
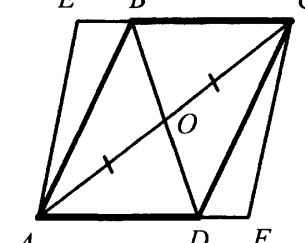
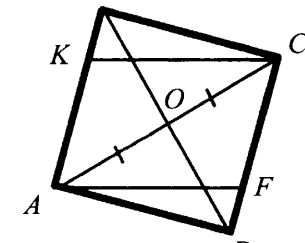
<p>1</p>  <p>Дано: $AECF$ — параллелограмм.</p>	<p>2</p>  <p>Дано: $AMCN$ — параллелограмм.</p>	<p>3</p>  <p>Дано: $MBED$ — параллелограмм.</p>
<p>4</p>  <p>Дано: $NBFD$ — параллелограмм.</p>	<p>5</p>  <p>Дано: $KPHT$ — параллелограмм.</p>	<p>6</p>  <p>Дано: $MNPK$ — параллелограмм.</p>
<p>7</p>  <p>Дано: $KBTD$ — параллелограмм.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $AECF$ — параллелограмм.</p>	<p>9</p>  <p>Дано: $AKCF$ — параллелограмм.</p>

Таблица 8.3. Свойства параллелограмма

$ABCD$ — параллелограмм.

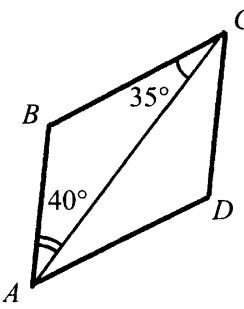
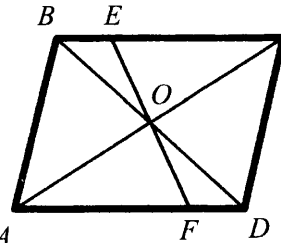
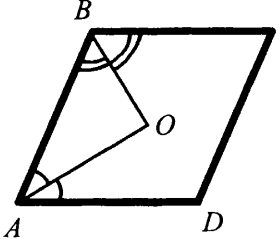
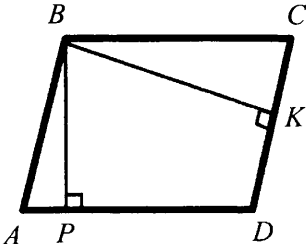
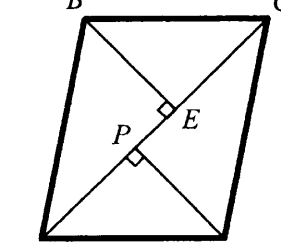
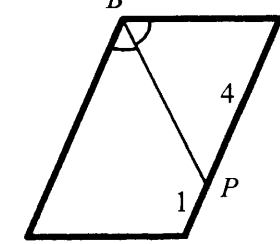
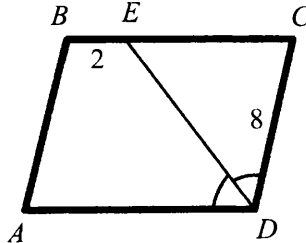
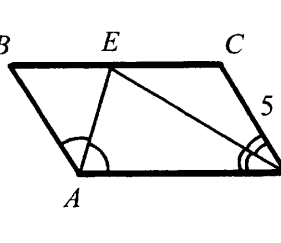
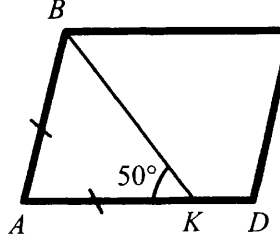
<p>1</p>  <p>Найти углы параллелограмма $ABCD$.</p>	<p>2</p>  <p>Доказать: $OE = OF$.</p>	<p>3</p>  <p>Доказать: $\angle AOB = 90^\circ$.</p>
<p>4</p>  <p>Доказать: $\angle PBK = \angle BCD$.</p>	<p>5</p>  <p>Доказать: $AP = CE$.</p>	<p>6</p>  <p>Найти: P_{ABCD}.</p>
<p>7</p>  <p>Найти: P_{ABCD}.</p>	<p>8</p>  <p>Найти: P_{ABCD}.</p>	<p>9</p>  <p>Найти углы параллелограмма $ABCD$.</p>

Таблица 8.4. Свойства параллелограмма

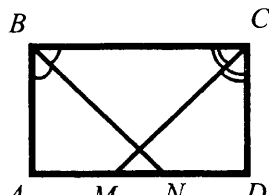
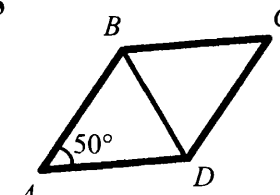
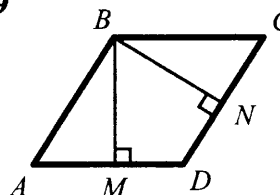
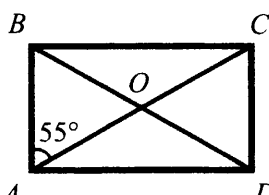
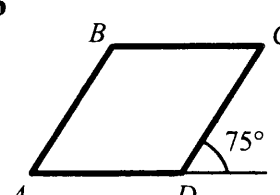
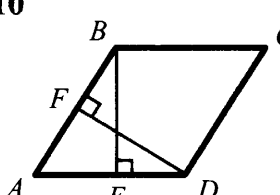
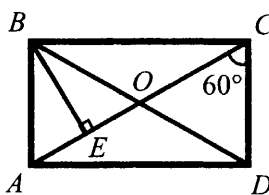
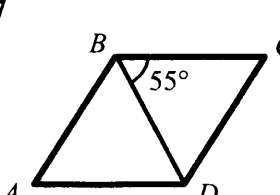
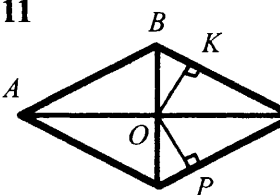
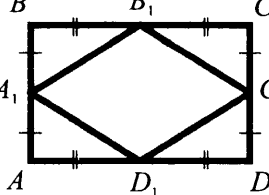
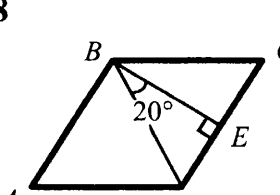
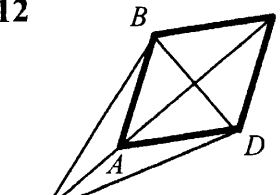
$ABCD$ — прямоугольник	$ABCD$ — ромб	
<p>1</p>  <p>Доказать: $BN = CM$.</p>	<p>5</p>  <p>Найти: $\angle BDC$.</p>	<p>9</p>  <p>Доказать: $BM = BN$.</p>
<p>2</p>  <p>Найти: $\angle COD$, $\angle ACB$.</p>	<p>6</p>  <p>Найти: $\angle ABC$.</p>	<p>10</p>  <p>Доказать: $BE = DF$.</p>
<p>3</p>  <p>Дано: $OE = 4$. Найти: AC.</p>	<p>7</p>  <p>Найти: $\angle BAD$.</p>	<p>11</p>  <p>Доказать: $OK = OP$.</p>
<p>4</p>  <p>Доказать: $A_1B_1C_1D_1$ — ромб.</p>	<p>8</p>  <p>Найти: $\angle BAD$.</p>	<p>12</p>  <p>Доказать: $KB = KD$.</p>

Таблица 8.5. Свойства параллелограмма

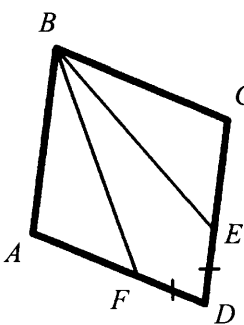
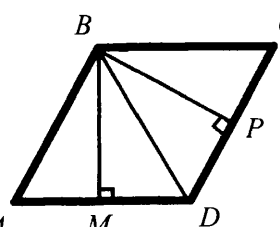
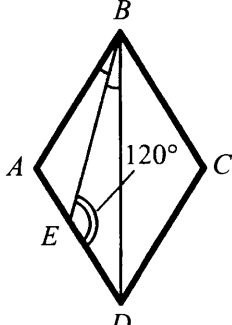
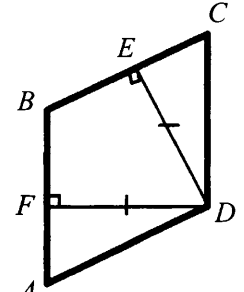
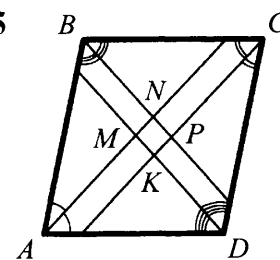
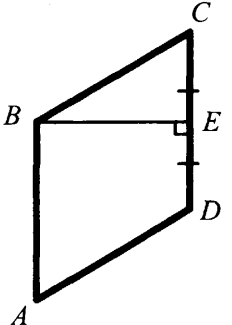
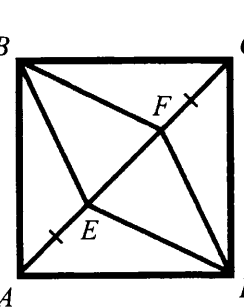
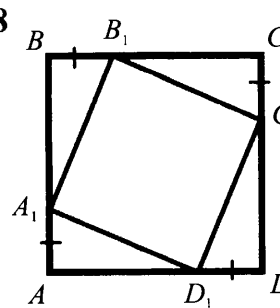
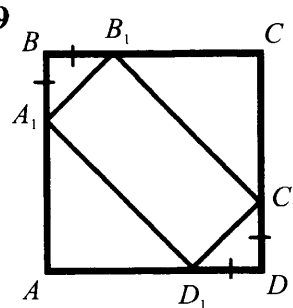
<p>1</p>  <p>Дано: $ABCD$ — ромб. Доказать: $\angle ABF = \angle CBE$.</p>	<p>2</p>  <p>Дано: $ABCD$ — ромб. Доказать: $\angle MBD = \angle DBP$.</p>	<p>3</p>  <p>Дано: $ABCD$ — ромб. Найти углы $ABCD$.</p>
<p>4</p>  <p>Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Доказать: $ABCD$ — ромб.</p>	<p>5</p>  <p>Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Доказать: $MNPK$ — прямоугольник.</p>	<p>6</p>  <p>Дано: $ABCD$ — ромб. Найти: $\angle BAD$.</p>
<p>7</p>  <p>Дано: $ABCD$ — квадрат. Доказать: $BFGE$ — ромб.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $ABCD$ — квадрат. Доказать: $A_1B_1C_1D_1$ — квадрат.</p>	<p>9</p>  <p>Дано: $ABCD$ — квадрат. Доказать: $A_1B_1C_1D_1$ — прямоугольник.</p>

Таблица 8.6. Трапеция

 $ABCD$ — трапеция.

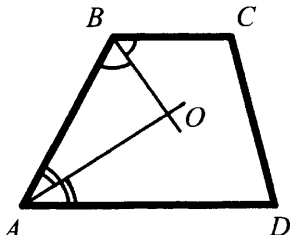
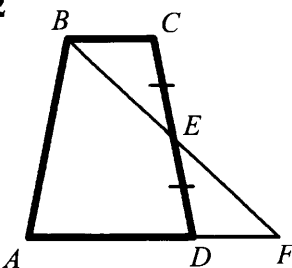
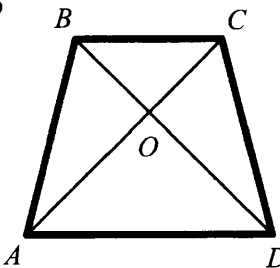
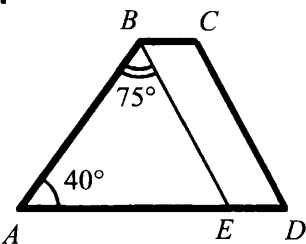
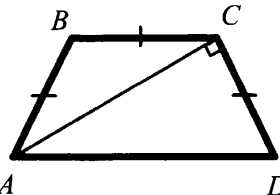
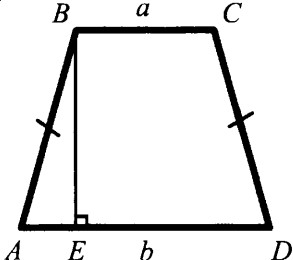
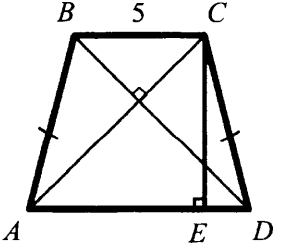
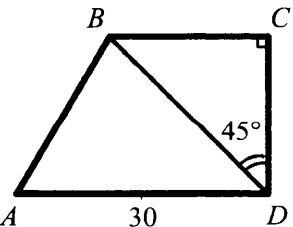
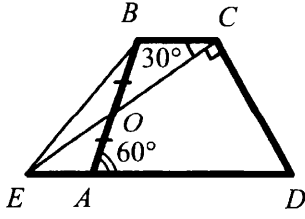
<p>1</p>  <p>Доказать: $\angle AOB = 90^\circ$.</p>	<p>2</p>  <p>Доказать: $BC = DF$.</p>	<p>3</p>  <p>Дано: $AO = OD$. Доказать: $AB = CD$.</p>
<p>4</p>  <p>Дано: $BE \parallel CD$. Найти углы трапеции.</p>	<p>5</p>  <p>Найти углы трапеции.</p>	<p>6</p>  <p>Дано: $AB = CD$. Найти: AE и ED.</p>
<p>7</p>  <p>Дано: $AD = 15$. Найти: CE.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $\angle ABC = 135^\circ$. Найти: BC.</p>	<p>9</p>  <p>Дано: $AD = 15$. Найти: периметр трапеции.</p>

Таблица 8.7. Теорема Фалеса

Теорема о пропорциональных отрезках.

<p>1</p> <p>Дано: $l \parallel m \parallel n$. Найти: $AK : KF : FE$.</p>	<p>2</p> <p>Дано: $a \parallel b$. Найти: x.</p>	<p>3</p> <p>Дано: $KP \parallel DE$. Найти: x.</p>
<p>4</p> <p>Дано: $l \parallel m$, $DE = 30$. Найти: x и y.</p>	<p>5</p> <p>Дано: $AC \parallel FD \parallel PK$. Найти: x и y.</p>	<p>6</p> <p>Найти: $KN : NC$.</p>
<p>7</p> <p>Найти: $AK : KF$.</p>	<p>8</p> <p>Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Доказать: $BM = MN = ND$.</p>	<p>9</p> <p>Доказать: $\frac{AB}{BC} = \frac{AL}{LC}$.</p>

Таблица 8.8. Средняя линия треугольника и трапеции

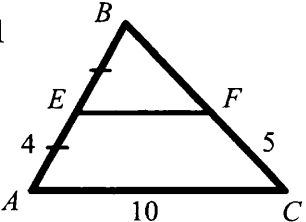
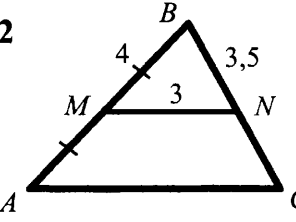
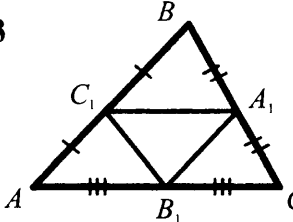
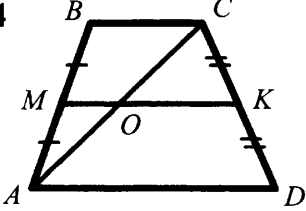
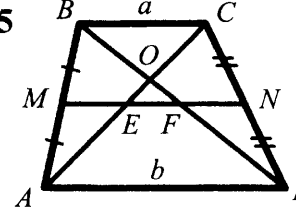
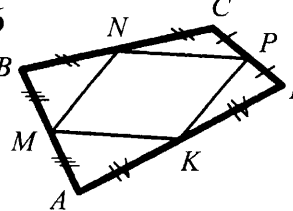
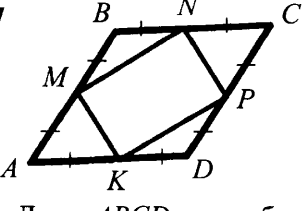
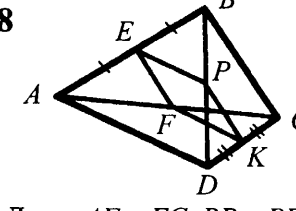
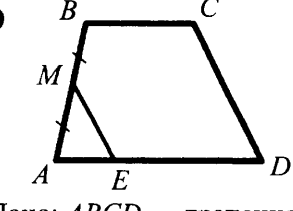
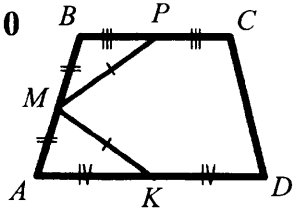
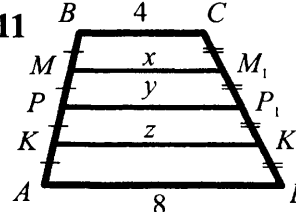
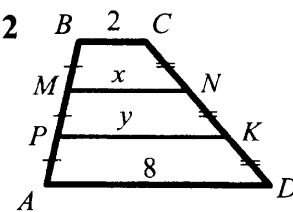
<p>1</p>  <p>Дано: $EF \parallel AC$. Найти: P_{BEF}.</p>	<p>2</p>  <p>Дано: $MN \parallel AC$. Найти: P_{ABC}.</p>	<p>3</p>  <p>Дано: $P_{ABC} = 40$. Найти: $P_{A_1B_1C_1}$.</p>
<p>4</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция. Доказать: $AO = OC$.</p>	<p>5</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция. Найти: EF, ME, FN.</p>	<p>6</p>  <p>Доказать: $MNPK$ — параллелограмм.</p>
<p>7</p>  <p>Дано: $ABCD$ — ромб. Доказать: $MNPK$ — прямоугольник.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $AF = FC$, $BP = PD$. Доказать: $EFKP$ — параллелограмм.</p>	<p>9</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция, $ME \parallel CD$. Доказать: $ME = CD/2$.</p>
<p>10</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция. Доказать: $AB = CD$.</p>	<p>11</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция. Найти: x, y, z.</p>	<p>12</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция. Найти: x, y.</p>

Таблица 8.9. Неравенство треугольника

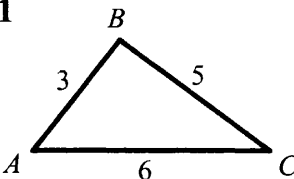
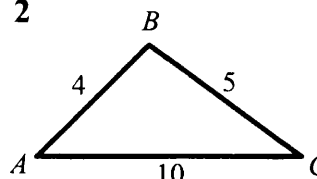
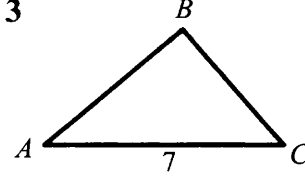
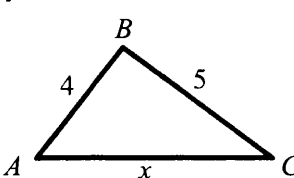
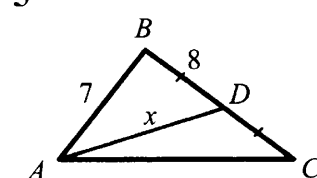
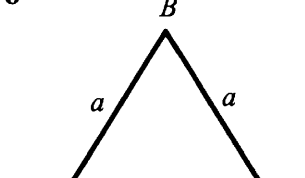
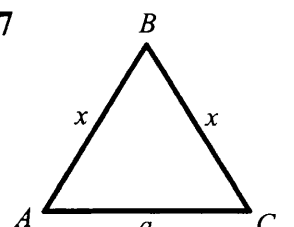
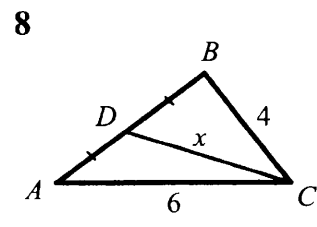
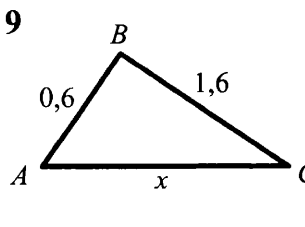
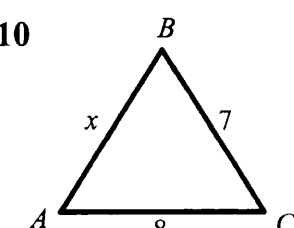
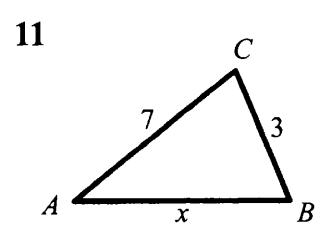
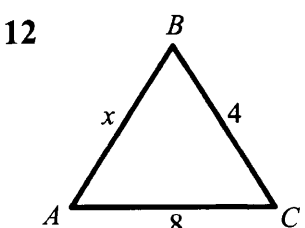
На каких чертежах допущена ошибка?		
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p>  Дано: $AB - BC = 10$.
В каких пределах меняется x ?		
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> 	<p>9</p>  x — натуральное число.
Дано: $\triangle ABC$ — равнобедренный. Найти AB .		
<p>10</p> 	<p>11</p> 	<p>12</p> 

Таблица 8.10. Решение прямоугольных треугольников

Найти x и y .

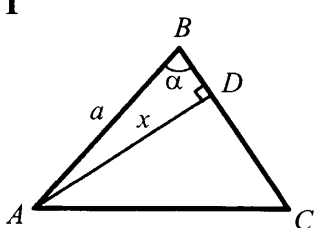
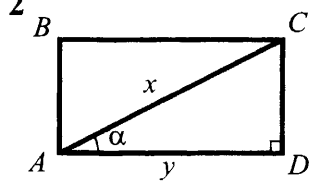
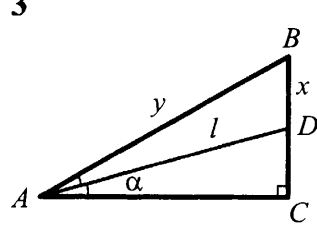
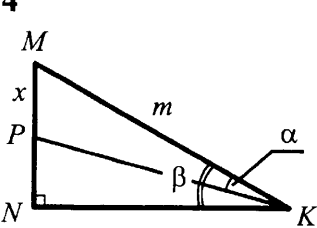
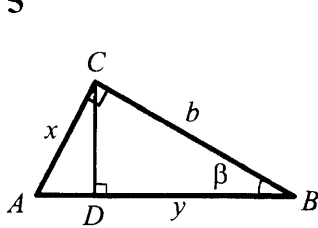
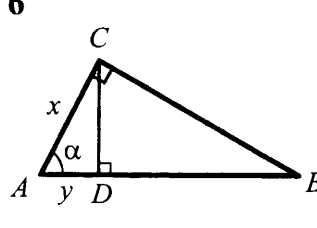
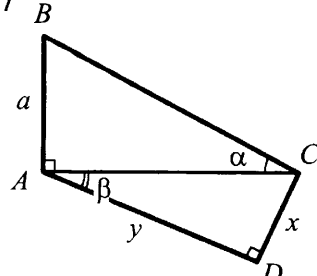
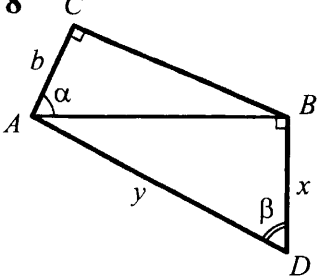
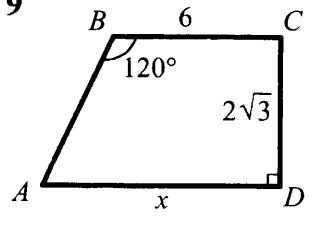
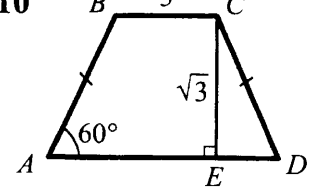
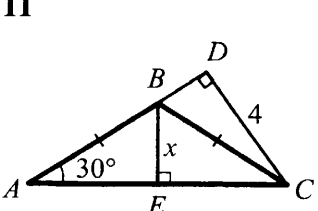
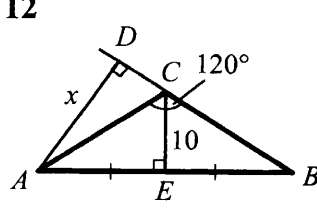
<p>1</p> 	<p>2</p>  <p>Дано: $ABCD$ — прямоугольник.</p>	<p>3</p> 
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p>  <p>Дано: $AB = m$.</p>
<p>7</p> 	<p>8</p> 	<p>9</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция.</p>
<p>10</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция, $AD = x$.</p>	<p>11</p> 	<p>12</p>  <p>Найти: BD.</p>

Таблица 8.11. Теорема Пифагора. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике

Найти x и y .

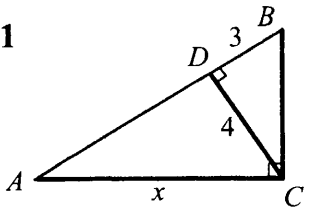
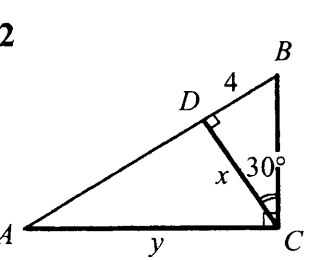
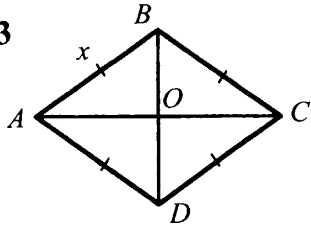
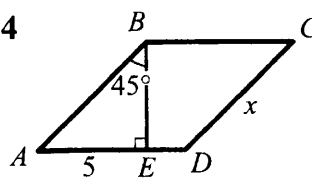
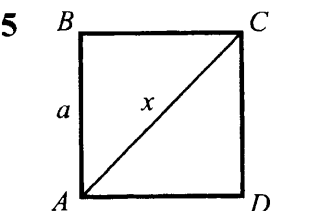
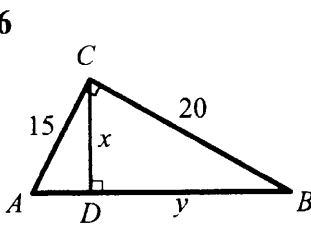
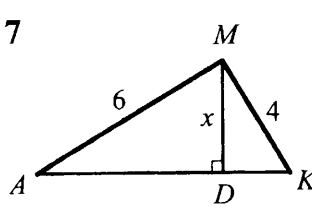
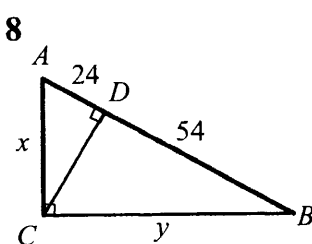
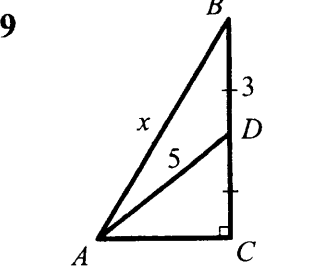
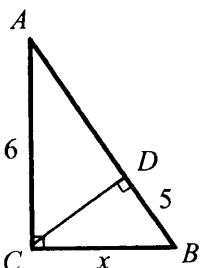
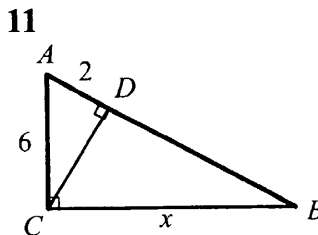
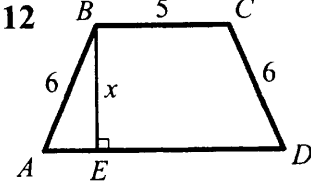
<p>1</p>  <p>Дано: $AB = 13$. Найти ошибку.</p>	<p>2</p> 	<p>3</p>  <p>Дано: $AC = 8, BD = 6$.</p>
<p>4</p>  <p>Дано: $ABCD$ — параллелограмм.</p>	<p>5</p>  <p>Дано: $ABCD$ — квадрат.</p>	<p>6</p> 
<p>7</p>  <p>Дано: $AK = 8$.</p>	<p>8</p> 	<p>9</p> 
<p>10</p> 	<p>11</p> 	<p>12</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция, $AD = 9$.</p>

Таблица 8.12. Декартовы координаты на плоскости

Определить координаты вершин прямоугольника		
<p>1</p> <p>$C(6; 4)$</p>	<p>2</p> <p>$A(-5; 1)$ $C(5; 3)$</p>	<p>3</p> <p>$A(2; -2)$ $C(10; 6)$</p>
Найти координаты точки C:		
<p>4</p> <p>$A(-1; 1)$ $B(2; -1)$</p>	<p>5</p> <p>$A(-2; 2)$ $B(3; 0)$</p>	<p>6</p> <p>$D(2; -1)$</p> <p>Дано: $AB = 3$.</p>
Записать уравнение окружности:		
<p>7</p> <p>$C(2; 2)$</p>	<p>8</p> <p>$M(4; 3)$</p>	<p>9</p> <p>$M(-3; 4)$</p>
<p>10</p> <p>$A(0; -6)$</p>	<p>11</p> <p>$A(4; 1)$</p>	<p>12</p>

Таблица 8.13. Декартовы координаты на плоскости

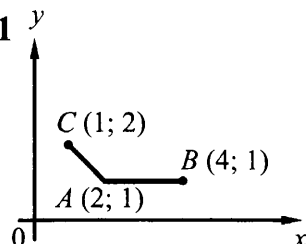
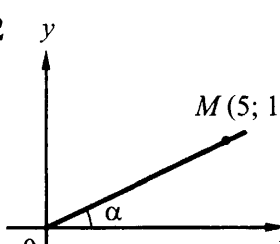
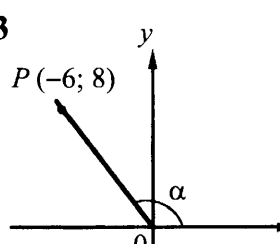
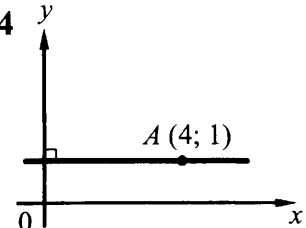
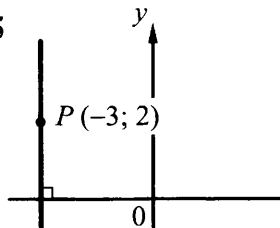
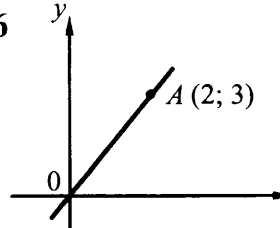
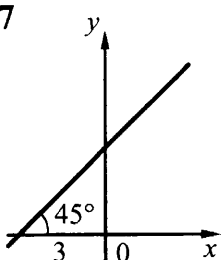
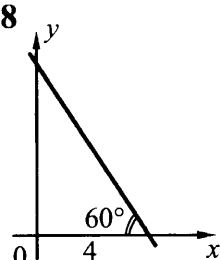
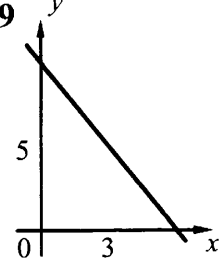
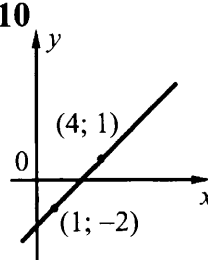
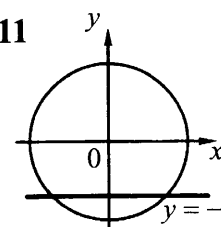
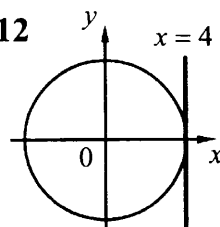
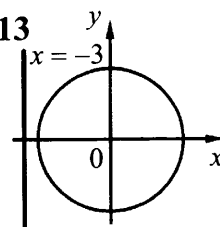
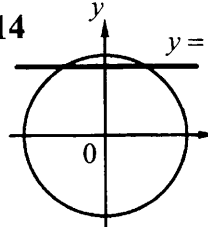
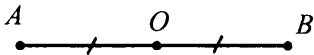
<p>1</p>  <p>Сравнить AB и AC</p>	<p>2</p>  <p>Найти: $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$.</p>	<p>3</p> 	
<p>Составить уравнение прямой:</p>			
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 	
<p>7</p> 	<p>8</p> 	<p>9</p> 	<p>10</p> 
<p>Найти ошибку:</p>			
<p>11</p>  <p>$x^2 + y^2 = 4$</p>	<p>12</p>  <p>$x^2 + y^2 = 25$</p>	<p>13</p>  <p>$x^2 + y^2 = 9$</p>	<p>14</p>  <p>$x^2 + y^2 = 16$</p>

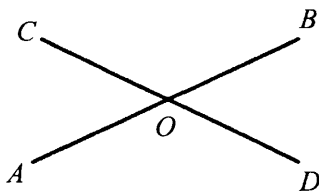
Таблица 8.14. Симметрия относительно точки

Доказать, что точка O — центр симметрии:

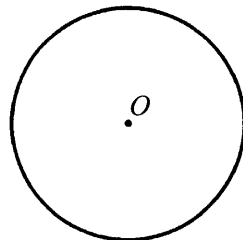
1



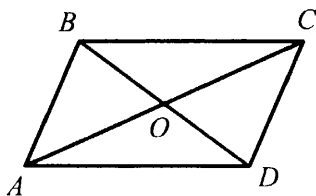
2



3

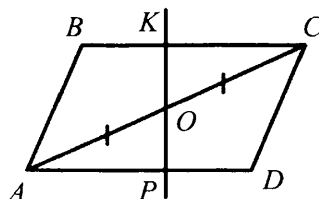
 $ABCD$ — параллелограмм

4

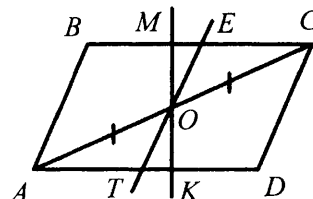


Доказать:
 O — центр симметрии.

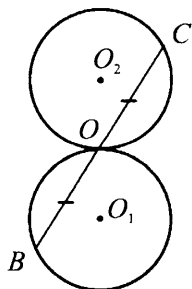
5

Доказать: $OK = OP$.

6

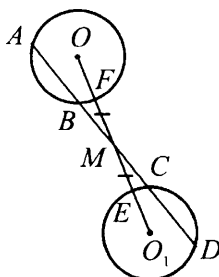
Доказать: $ME = TK$.

7



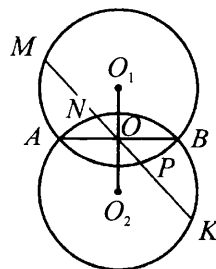
Доказать:
 O — центр симметрии.

8



Дано: $OF = OE$.
Доказать: $AB = CD$.

9



Дано: $O_1O = O_2O$.
Доказать: $MN = KP$.

Таблица 8.15. Симметрия относительно прямой

Доказать, что точки A и B симметричны относительно прямой l :		
1 	2 	3
4 	5 	6
Доказать, что прямая l — ось симметрии:		
7 	8 	9
Дано: $OK = KO_1$.		
Дано: $ABCD$ — прямоугольник.		
Прямые l и m — оси симметрии:		
10 	11 	12
Доказать: $ABCD$ — ромб.	Доказать: $ABCD$ — прямоугольник.	Доказать: $ABCD$ — квадрат.

Таблица 8.16. Векторы на плоскости

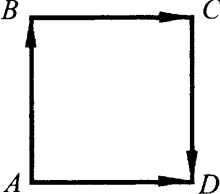
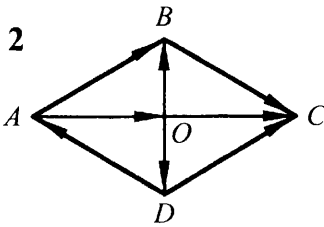
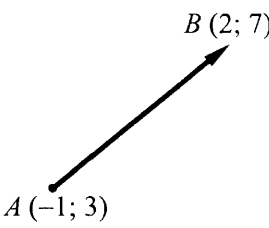
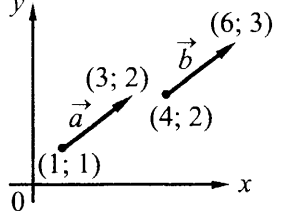
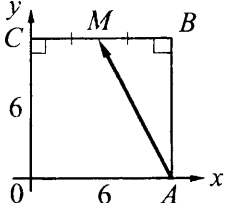
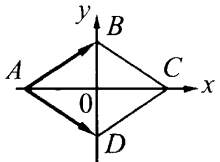
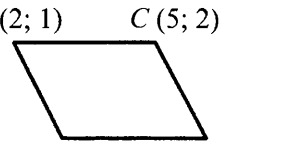
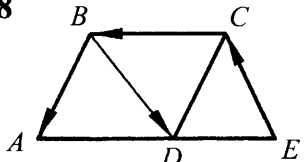
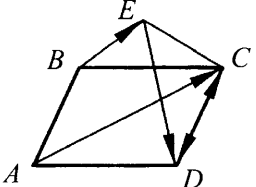
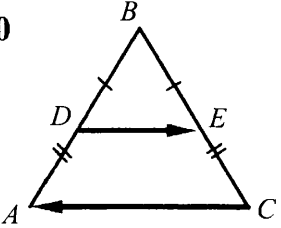
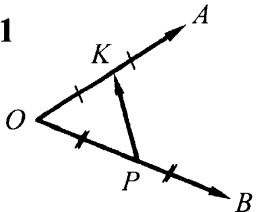
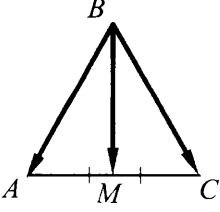
<p>1</p>  <p>Дано: $ABCD$ — квадрат. Указать равные векторы.</p>	<p>2</p>  <p>Дано: $ABCD$ — ромб. Указать равные векторы.</p>	<p>3</p>  <p>Найти: \vec{AB}.</p>
<p>4</p>  <p>Равны ли векторы \vec{a} и \vec{b}?</p>	<p>5</p>  <p>Найти координаты вектора \vec{AM}.</p>	<p>6</p>  <p>Дано: $ABCD$ — ромб, $AC = 16$, $BD = 10$. Найти координаты векторов \vec{AB} и \vec{AD}.</p>
<p>7</p>  <p>Доказать: $ABCD$ — параллелограмм.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Доказать: $\vec{EC} + \vec{CB} + \vec{BD} = \vec{EC} + \vec{BA}$.</p>	<p>9</p>  <p>Дано: $ABCD$ — параллелограмм. Доказать: $\vec{BE} + \vec{ED} + \vec{DC} = \vec{CD} + \vec{AC}$.</p>
<p>10</p>  <p>Выразить \vec{DE} через \vec{CA}.</p>	<p>11</p>  <p>Выразить \vec{PK} через \vec{OA} и \vec{OB}.</p>	<p>12</p>  <p>Доказать: $\vec{BM} = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BC})$.</p>

Таблица 8.17. Векторы на плоскости

Выразить вектор \vec{x} через векторы \vec{a} и \vec{b} ($ABCD$ — параллелограмм)		
1	2	3
Доказать: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$		
4	5	6
		Дано: $ABCD$ — прямоугольник. Найти: $ \vec{AB} + \vec{AD} - \vec{DC} - \vec{OD} $.
Дано: $ \vec{a} = \vec{b} = \vec{c} $.	Дано: $ \vec{a} = \vec{c} = 1, \vec{b} = \sqrt{2}$.	
7	8	9
Найти: $\cos \angle B$.	Найти: $\vec{OA} \cdot \vec{OP}$.	Найти ошибку.
10	11	12
Дано: $ \vec{a} = 2, \vec{b} = 3$. Найти: $ \vec{a} + \vec{b} , \vec{a} - \vec{b} $.	Записать уравнение прямой MP , касательной к окружности.	Записать уравнение BD .

Таблица 9.1. Подобные треугольники

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$. Найти x, y, z .

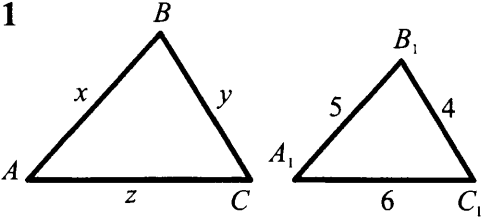
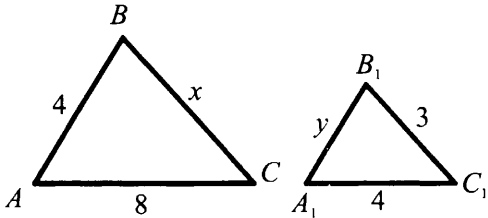
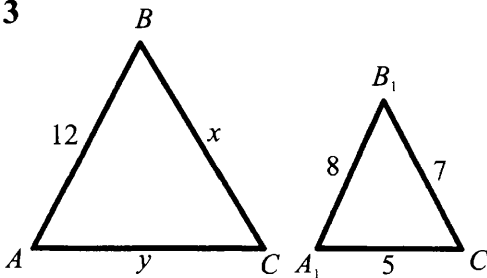
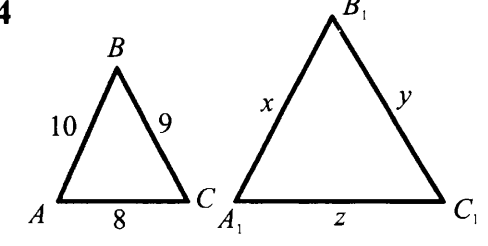
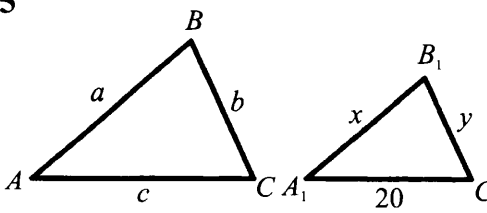
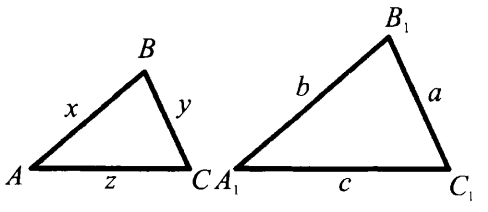
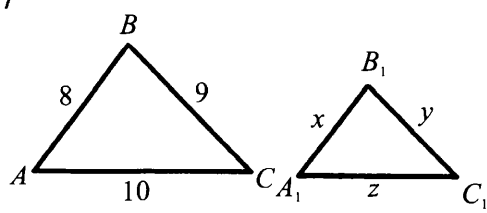
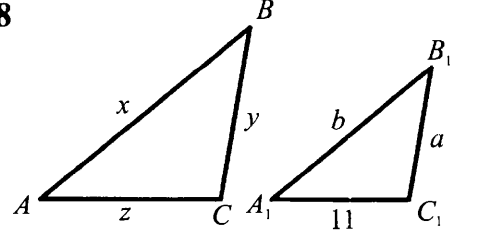
<p>1</p>  <p>Дано: $\frac{BC}{B_1C_1} = 3$.</p>	<p>2</p> 
<p>3</p> 	<p>4</p>  <p>Дано: $P_{A_1B_1C_1} = 54$.</p>
<p>5</p>  <p>Дано: $a : b : c = 4 : 3 : 5$.</p>	<p>6</p>  <p>Дано: $a : b : c = 5 : 6 : 7$. $P_{ABC} = 108$.</p>
<p>7</p>  <p>Дано: $P_{A_1B_1C_1} = 9$.</p>	<p>8</p>  <p>$P_{ABC} = 39$, $P_{A_1B_1C_1} = 26$, $a : b = 2 : 3$.</p>

Таблица 9.2. Первый признак подобия треугольников

Указать подобные треугольники, доказать их подобие.

<p>1</p>	<p>2</p>	<p>3</p>
<p>4</p> <p>Дано: $AB = BC$.</p>	<p>5</p>	<p>6</p>
<p>7</p> <p>Дано: $PEMD$ — трапеция.</p>	<p>8</p>	<p>9</p>
<p>10</p> <p>Дано: $ABCD$ — параллелограмм.</p>	<p>11</p>	<p>12</p> <p>Дано: $APFC$ — параллелограмм.</p>
<p>13</p>	<p>14</p>	<p>15</p> <p>Дано: $ABCD$ — трапеция.</p>

Таблица 9.3. Второй и третий признаки подобия треугольников

Указать подобные треугольники, доказать их подобие.

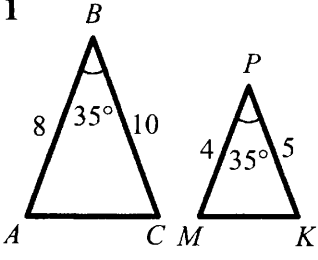
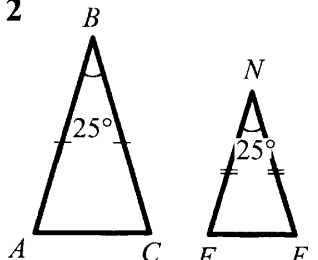
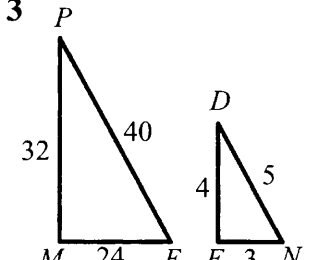
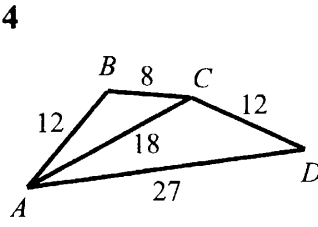
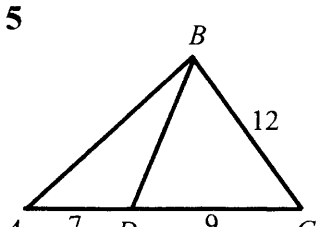
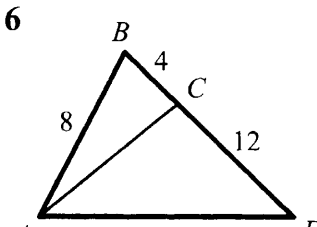
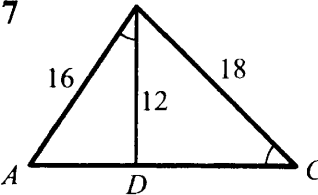
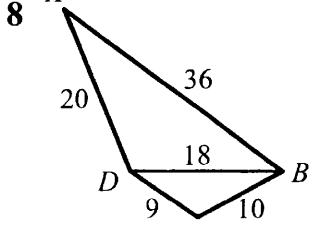
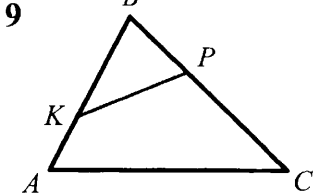
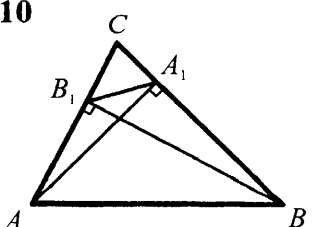
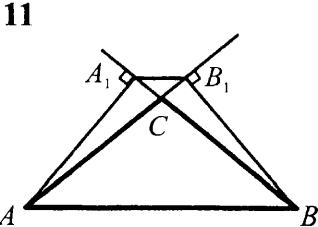
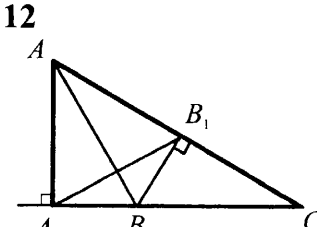
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p>  <p>Дано: $AC = 24$.</p>	<p>8</p> 	<p>9</p>  <p>Дано: $AB \cdot BK = CB \cdot BP$.</p>
<p>Доказать, что $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ и найти коэффициенты подобия:</p>		
<p>10</p> 	<p>11</p> 	<p>12</p> 

Таблица 9.4. Вписанные углы

Найти x, y (O — центр окружности).

<p>1</p>	<p>2</p>	<p>3</p>
<p>4</p>	<p>5</p>	<p>6</p>
<p>7</p>	<p>8</p>	<p>9</p>
<p>10</p>	<p>11</p>	<p>12</p>

Таблица 9.5. Вписанные углы. Угол между касательной и хордой

O — центр окружности, B — точка касания.

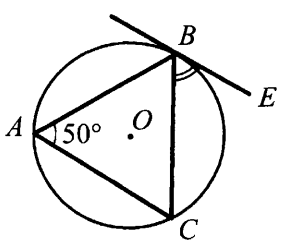
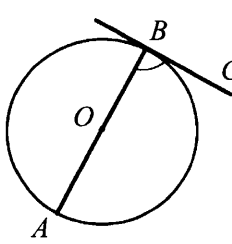
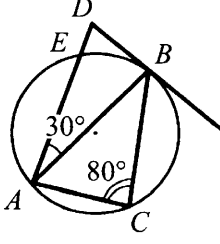
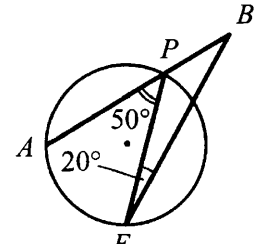
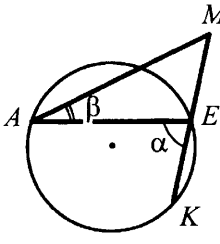
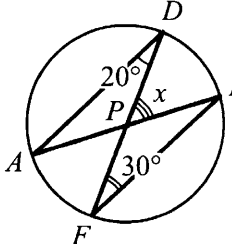
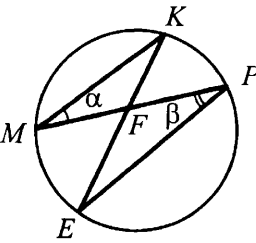
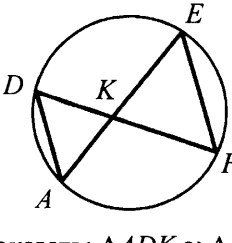
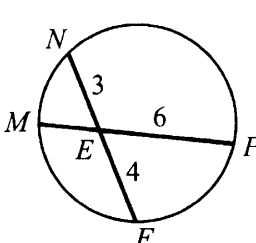
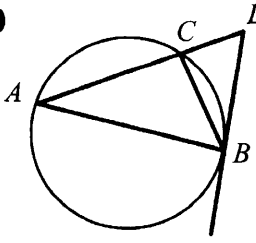
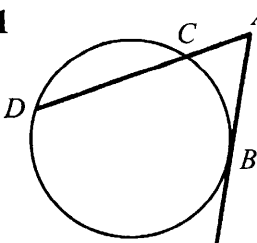
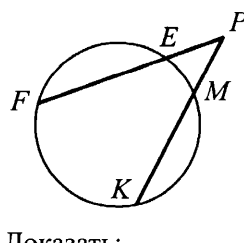
<p>1</p>  <p>Найти: $\angle CBE$.</p>	<p>2</p>  <p>Найти: $\angle ABC$.</p>	<p>3</p>  <p>Найти: $\angle ADB$.</p>
<p>4</p>  <p>Найти: $\angle ABE$.</p>	<p>5</p>  <p>Найти: $\angle AMK$.</p>	<p>6</p>  <p>Найти: x.</p>
<p>7</p>  <p>Найти: $\angle KFP$.</p>	<p>8</p>  <p>Доказать: $\triangle ADK \sim \triangle FEK$, $AK \cdot KE = DK \cdot KF$.</p>	<p>9</p>  <p>Найти: ME.</p>
<p>10</p>  <p>Доказать: $\triangle ABD \sim \triangle BCD$.</p>	<p>11</p>  <p>Доказать: $AB^2 = AD \cdot AC$.</p>	<p>12</p>  <p>Доказать: $PE \cdot PF = PM \cdot PK$.</p>

Таблица 9.6. Решение треугольников

Найти x :

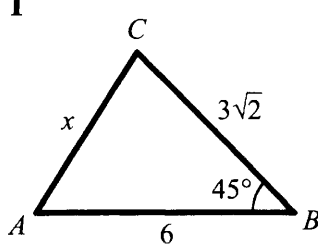
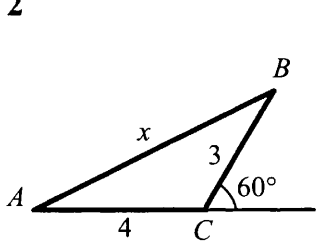
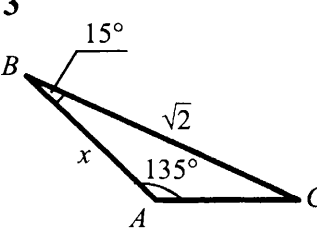
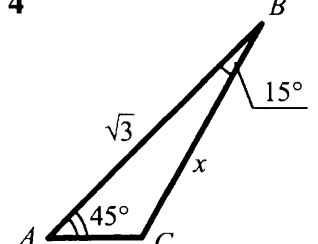
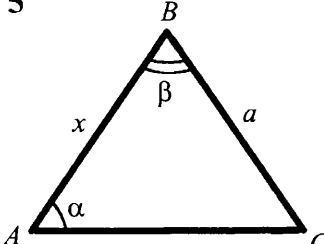
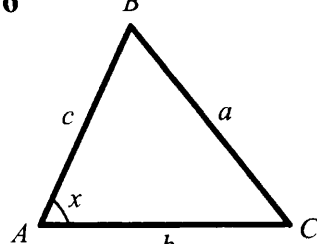
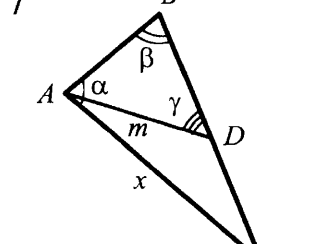
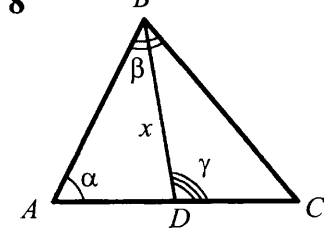
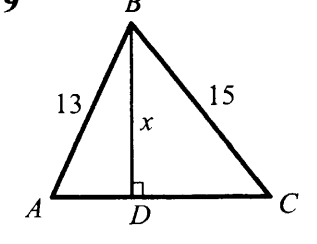
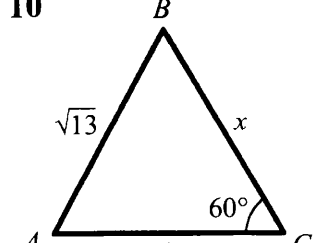
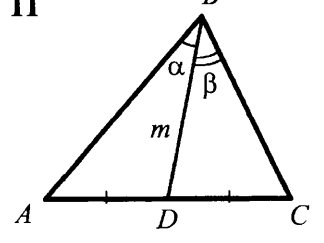
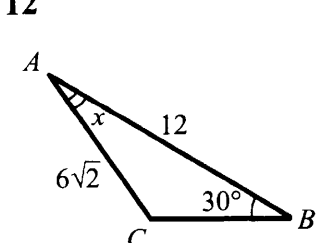
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p>  <p>Дано: $AC = b$.</p>	<p>9</p>  <p>Дано: $AC = 14$.</p>
<p>10</p> 	<p>11</p>  <p>Найти: AC.</p>	<p>12</p> 

Таблица 9.7. Решение треугольников

Найти x и y :

<p>1</p>	<p>5</p>	<p>9</p>
<p>2</p>	<p>6</p>	<p>10</p>
<p>3</p>	<p>7</p>	<p>11</p>
<p>4</p>	<p>8</p>	<p>12</p>

Таблица 9.8. Правильные многоугольники

a — сторона правильного многоугольника, $R(r)$ — радиус описанной (вписанной) окружности, O — центр правильного многоугольника.

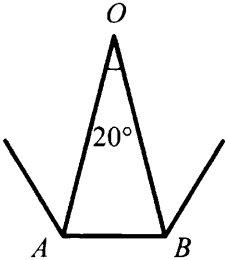
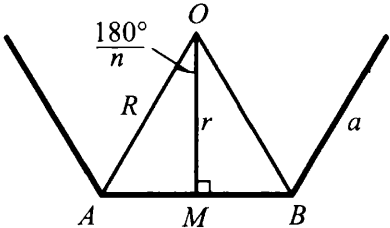
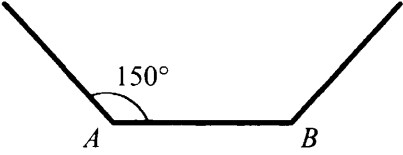
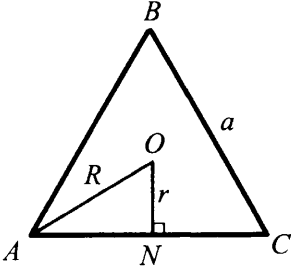
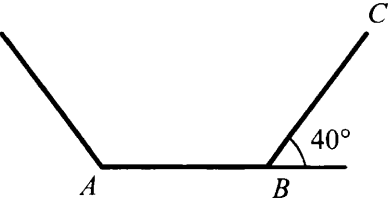
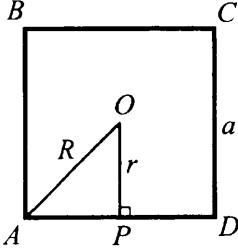
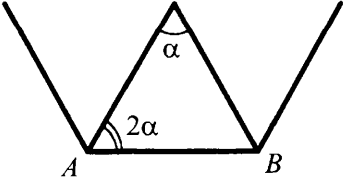
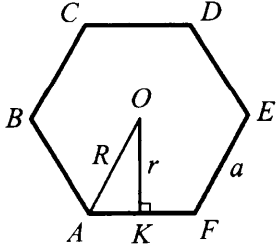
Найти количество сторон правильного многоугольника	Зная один из элементов (a , R или r), найти два других
<p>1</p> 	<p>5</p> 
<p>2</p> 	<p>6</p> 
<p>3</p> 	<p>7</p> 
<p>4</p> 	<p>8</p> 

Таблица 9.9. Площадь треугольника

O — центр окружности. Найти площадь $\triangle ABC$.

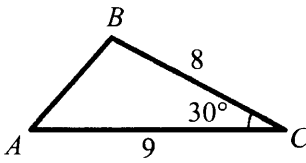
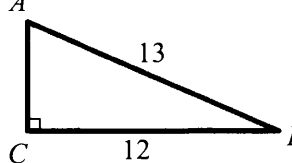
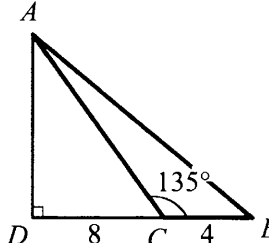
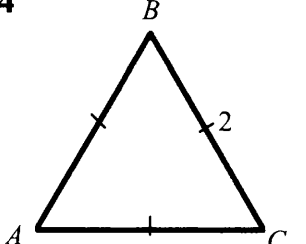
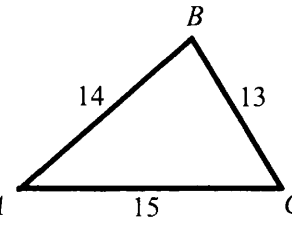
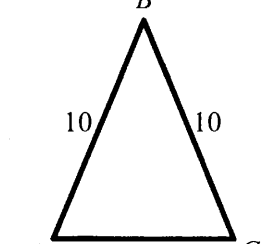
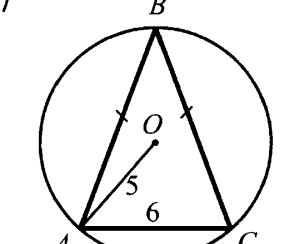
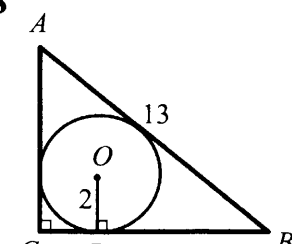
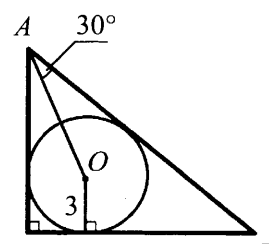
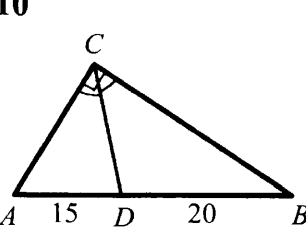
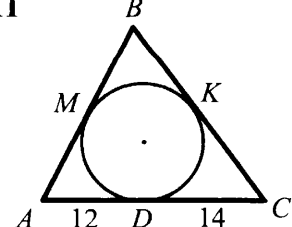
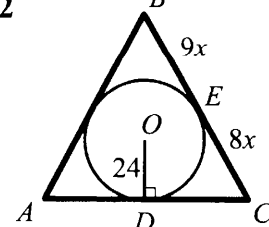
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> 	<p>9</p> 
<p>10</p> 	<p>11</p>  <p>Дано: $P = 84$.</p>	<p>12</p>  <p>Дано: $\angle A = \angle C$.</p>

Таблица 9.10. Площадь четырехугольника

Найти площадь четырехугольника $ABCD$:

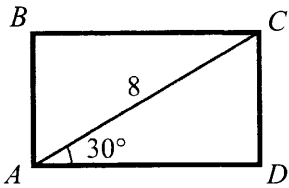
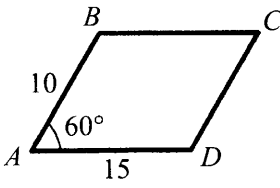
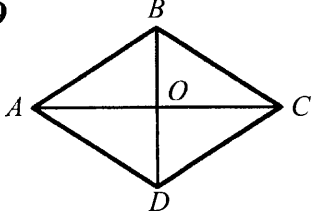
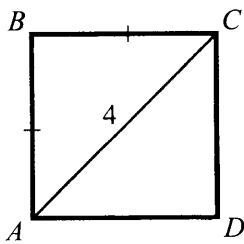
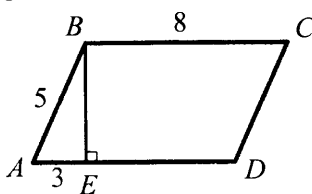
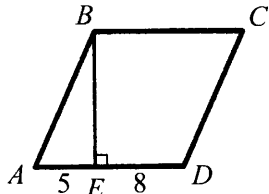
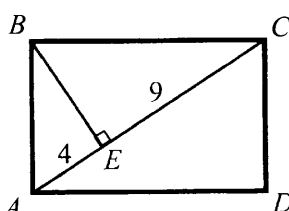
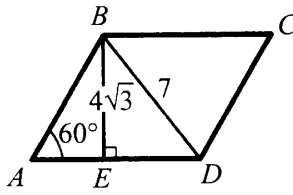
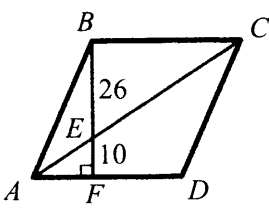
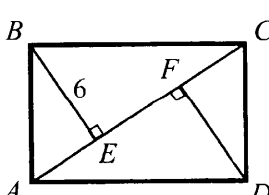
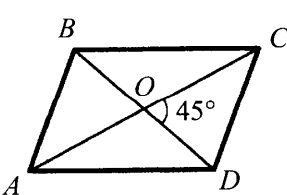
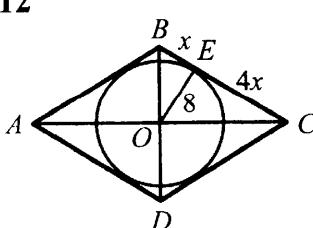
$ABCD$ — прямоугольник	$ABCD$ — параллелограмм	$ABCD$ — ромб
<p>1</p> 	<p>5</p> 	<p>9</p>  <p>Дано: $AC = 8, BD = 5$.</p>
<p>2</p> 	<p>6</p> 	<p>10</p> 
<p>3</p> 	<p>7</p> 	<p>11</p> 
<p>4</p>  <p>Дано: $EF = 16$.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $AC = 8, BD = 6$.</p>	<p>12</p> 

Таблица 9.11. Площадь четырехугольника

Найти площадь трапеции $ABCD$:

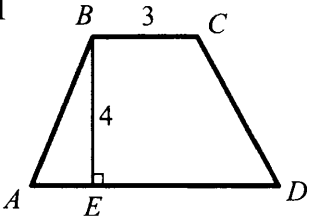
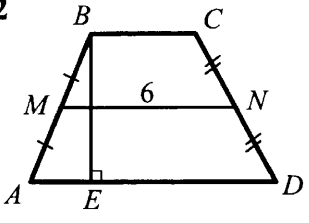
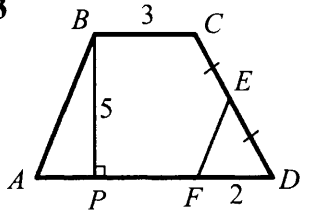
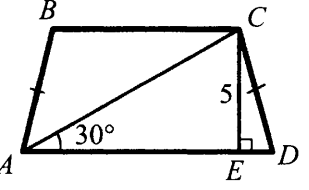
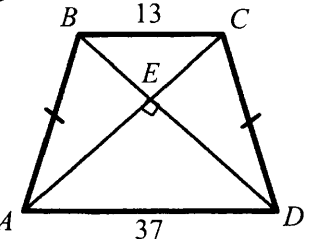
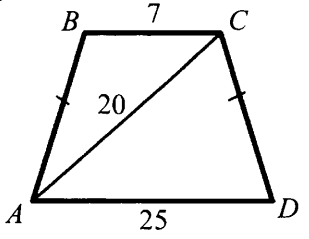
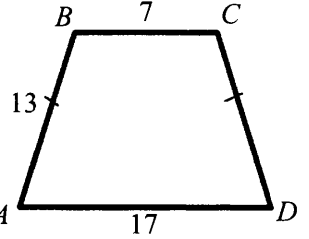
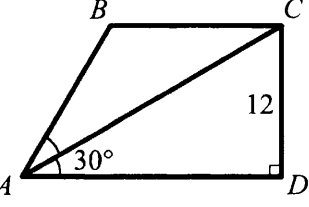
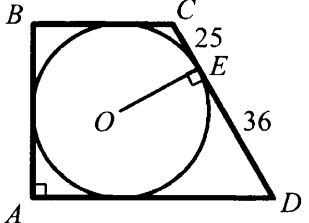
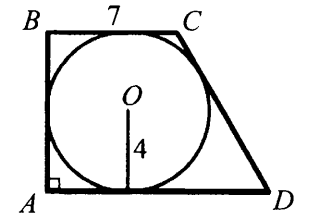
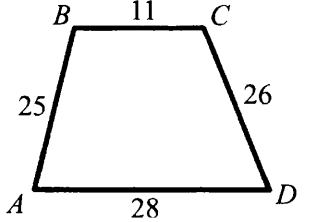
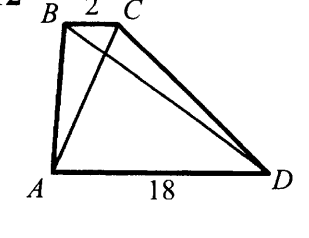
<p>1</p>  <p>Дано: $AD = 7$.</p>	<p>2</p>  <p>Дано: $BE = 5$.</p>	<p>3</p>  <p>Дано: $AB \parallel FE$.</p>
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> 	<p>9</p> 
<p>10</p> 	<p>11</p> 	<p>12</p>  <p>Дано: $AC = 7, BD = 15$.</p>

Таблица 9.12. Площади фигур

Найти отношение площадей $\frac{S_1}{S_2}$:

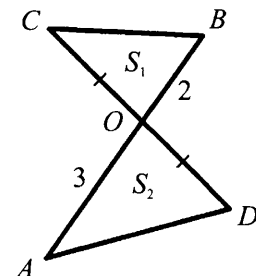
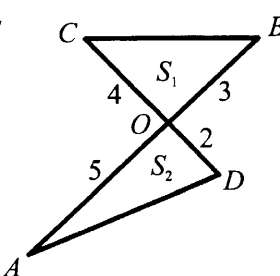
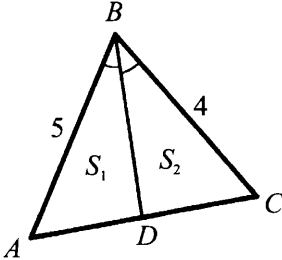
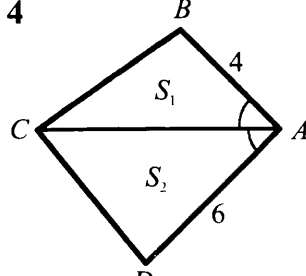
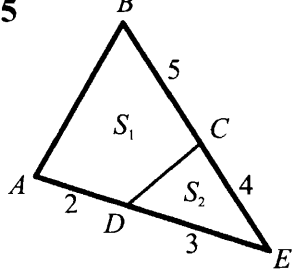
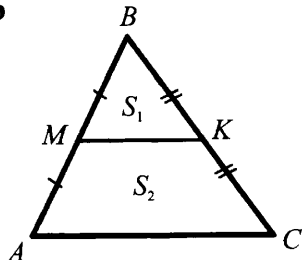
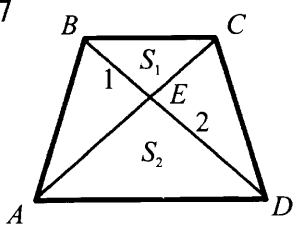
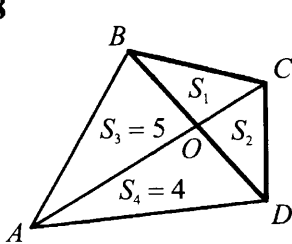
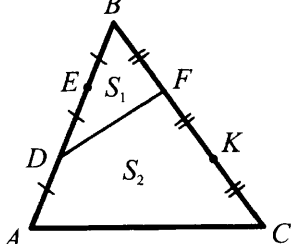
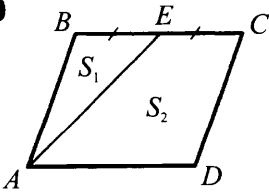
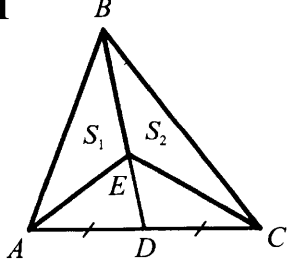
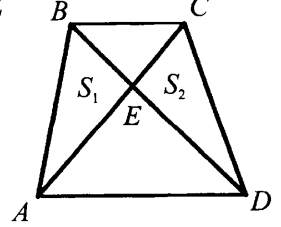
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p> 
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция.</p>	<p>8</p> 	<p>9</p> 
<p>10</p>  <p>Дано: $ABCD$ — параллелограмм.</p>	<p>11</p> 	<p>12</p>  <p>Дано: $ABCD$ — трапеция.</p>

Таблица 9.13. Площади фигур

Найти площадь x :

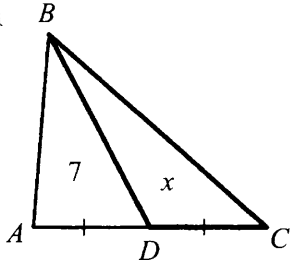
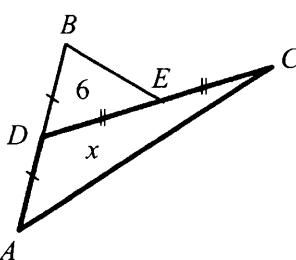
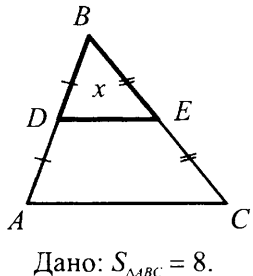
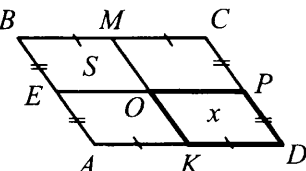
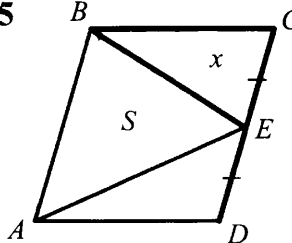
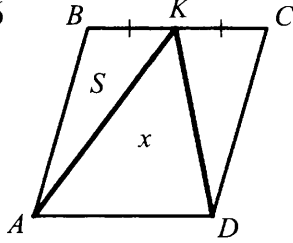
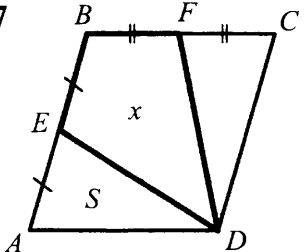
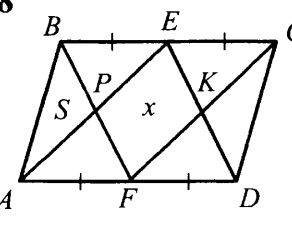
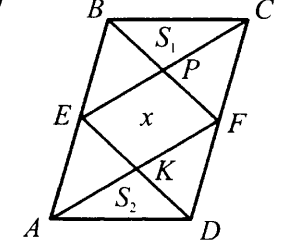
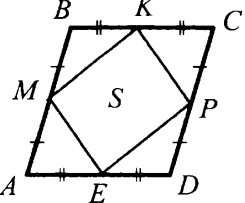
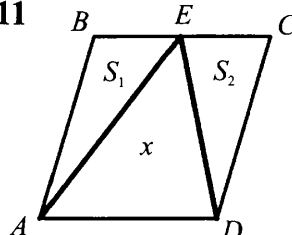
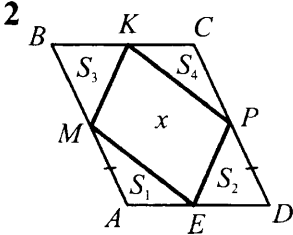
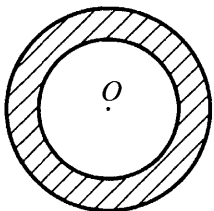
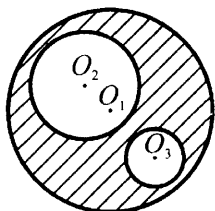
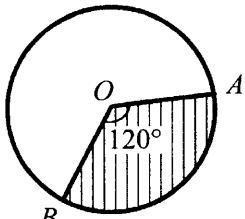
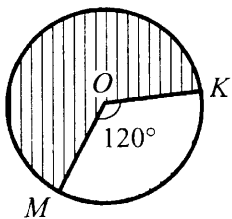
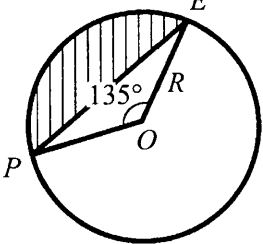
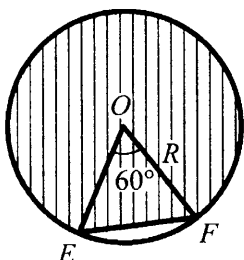
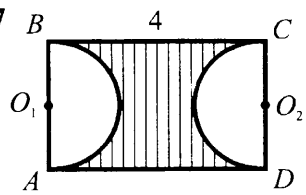
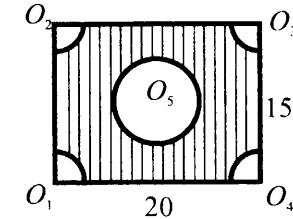
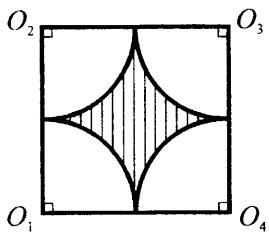
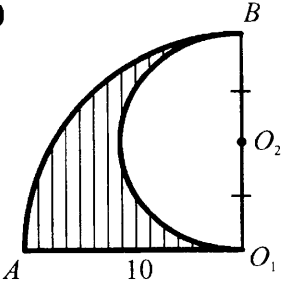
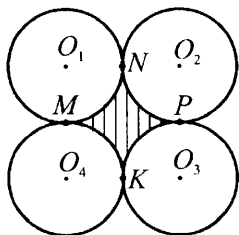
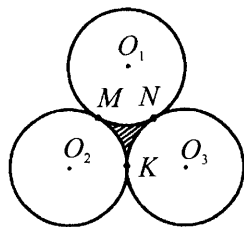
<p>1</p> 	<p>2</p> 	<p>3</p>  <p>Дано: $S_{\triangle ABC} = 8$.</p>
<p>Дано: $ABCD$ — параллелограмм</p>		
<p>4</p> 	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> 	<p>9</p> 
<p>10</p>  <p>Найти: S_{ABCD}.</p>	<p>11</p> 	<p>12</p> 

Таблица 9.14. Площадь круга и его частей

R — радиус круга, O — центр. Найти площадь заштрихованной фигуры.

<p>1</p>  <p>Дано: $R_1 = 5, R_2 = 3$.</p>	<p>2</p>  <p>Дано: $R_1 = 10, R_2 = 6, R_3 = 2$.</p>	<p>3</p>  <p>Дано: $R = 3$.</p>
<p>4</p>  <p>Дано: $R = 6$.</p>	<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p>  <p>Дано: $ABCD$ — прямоугольник, $R_1 = R_2 = 1$.</p>	<p>8</p>  <p>Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2, R_5 = 3$.</p>	<p>9</p>  <p>Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 4$.</p>
<p>10</p> 	<p>11</p>  <p>Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2$.</p>	<p>12</p>  <p>Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = 4$.</p>

Ответы. Указания. Решения

7 класс

Таблица 7.5. 6. $\triangle AMP = \triangle PNA$ (по II признаку), так как $\angle MAP = \angle NPA$, $\angle MPA = \angle NAP$, AP — общая сторона. $\triangle AMH = \triangle PNH$ (по II признаку), так как $AM = PN$, $\angle AMN = \angle PNH$ (из равенства $\triangle AMP$ и $\triangle PNA$), $\angle MAH = \angle NPH$.

Таблица 7.6. 6. Указание: $\angle AEB = \angle CEB$. **9.** Указание: воспользоваться равенством $\triangle ADF$ и $\triangle CDE$, откуда $\angle DAF = \angle DCE$.

Таблица 7.7. 8. Да. Решение: $\angle BAC = \angle BCA = 80^\circ$, тогда $\angle BAP = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$, $\angle KPA = \angle PAK = 40^\circ$, откуда $\angle PAC = \angle APK$ и $a \parallel b$.

Таблица 7.8. 6. 39° . Решение: $\angle NMP + \angle MNK = 180^\circ$, откуда $NK \parallel MP$, $\angle MPK = 78^\circ$, $\angle KPT = 39^\circ$. Отсюда $\angle PTK = \angle TPM = 39^\circ$. **7.** Указание: через точку C провести прямую, параллельную AB . **8.** Доказательство. $\angle AME + \angle BEM = 180^\circ$, тогда $\angle OME + \angle OEM = 90^\circ$, тогда из $\triangle MEO$: $\angle MOE = 90^\circ$.

Таблица 7.9. 12. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

Таблица 7.10. 1. 90° . Решение. $\angle ABD + \angle BAD + \angle CBD + \angle DCB = 180^\circ$; $2(\angle ABD + \angle CBD) = 180^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$. **2.** 80° . Решение. $\angle ABC = 180^\circ - 2(\angle OAC + \angle OCA) = 180^\circ - 2(180^\circ - \angle AOC) = 180^\circ - 2 \cdot 50^\circ = 80^\circ$. **5.** 360° . **8.** 20° . Решение. $\angle DFB = 110^\circ$, $\angle ADC = 140^\circ$, откуда $\angle A = 20^\circ$. **9.** $180^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$. Указание: $\angle BEC = \alpha + \beta$.

Таблица 7.11. 3. $\triangle ABD = \triangle DCA$; $\triangle ABE = \triangle DCE$. **4.** **8.** Указание: отложить на луче BC отрезок $CD = BC$. Рассмотреть $\triangle ABD$. **8.** **14.** Указание: показать, что $\triangle ABE$ — равнобедренный.

Таблица 7.12. 3. Указание: рассмотреть $\triangle AOB$ и $\triangle BOC$. **5.** Доказательство. $\triangle BOE = \triangle COF$ (по III признаку), откуда $BA = CD$ как соответствующие высоты. **8.** Доказательство. $\triangle COD = \triangle AOB$ (по III признаку), откуда $\angle D = \angle B$ и $DC \parallel BA$.

Таблица 7.13. 1. Указание: провести OB . **2.** Указание: провести касательную к окружностям через точку A . **6.** Доказательство. Точки M, N, P, K — точки касания сторон AB, BC, CD и DA с окружностью соответственно. Тогда $AM = AK, BM = BN, CN = CP, DP = DK$ (задача 3), $AB + CD = AM + MB + CP + PD = AK + BN + NC + KD = AD + BC$. **7.** Указание: Доказать, что $\triangle BOM = \triangle DON$. **8.** Указание: $\angle CAB = 90^\circ - \angle BAO$. **9.** Указание: Доказать, что $\triangle OED = \triangle OCD$.

8 класс

Таблица 8.1. 9. Доказательство. Проведем AC . AC пересекает EK в точке O . $CO = OA$, $BO = OK - KB$, $OD = OE - DE$. Так как $OK = OE$, то $OB = OD$. Значит, $ABCD$ — параллелограмм.

Таблица 8.2. 3. Доказательство. Так как $\angle ADM = \angle CBE$, то $\angle ABC = \angle ADC$. $\angle BAD = \angle BCD$ (как соответствующие внешние углы $\triangle AMD$ и $\triangle CEB$). Отсюда $ABCD$ — параллелограмм. **6. Доказательство.** $\triangle BNC = \triangle DKA$ (по первому признаку), откуда $BC = AD$. Из равенства $\triangle ABM = \triangle CDP$: $AB = CD$. Значит, $ABCD$ — параллелограмм. **8. Указание:** доказать равенство треугольников $\triangle BOC$ и $\triangle DOA$. **9. Указание:** доказать, что $\triangle AOB = \triangle COD$.

Таблица 8.3. 4. Доказательство. $\angle PBK + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ADC + \angle BCD = 180^\circ$, откуда $\angle PBK = \angle BCD$. **5. Доказательство.** Из равенства $\triangle ABC$ и $\triangle CDA$ (по III признаку): $\angle PAD = \angle BCE$. $\triangle ADP = \triangle CEB$ (по гипотенузе и острому углу). Отсюда $AP = CE$.

Таблица 8.4. 3. Решение. Из $\triangle BOE$ ($\angle E = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$) $OB = 2OE = 8$, $BD = 2OB = 16$. $AC = BD = 16$.

Таблица 8.5. 3. Решение. Пусть $\angle DBE = x$, тогда $\angle BDE = 2x$. Из $\triangle EBD$: $x + 2x + 120^\circ = 180^\circ$. $x = 20^\circ$. $\angle ADB = 40^\circ$. Тогда $\angle ADC = \angle ABC = 80^\circ$, $\angle BAD = \angle BCD = 100^\circ$. **5. Доказательство.** $\angle BAN + \angle ABN = \frac{1}{2}(\angle BAD + \angle ABC) = 90^\circ$,

откуда из $\triangle ABN$ $\angle N = 90^\circ$. Тогда $\angle MNP = 90^\circ$. Аналогично для других углов MNP . **6.** 60° . **Указание:** показать, что $\triangle BCD$ — равносторонний. **8. Доказательство.** $A_1B_1 = B_1C_1 = C_1D_1 = D_1A_1$ (из равенства: $\triangle A_1BB_1 = \triangle B_1CC_1 = \triangle C_1DD_1 = \triangle D_1AA_1$). Пусть $\angle BB_1A_1 = \alpha$, тогда $\angle BA_1B_1 = \angle CB_1C_1 = 90^\circ - \alpha$. $\angle A_1B_1C_1 = 180^\circ - (\alpha + 90^\circ - \alpha) = 90^\circ$. Значит $A_1B_1C_1D_1$ — квадрат.

Таблица 8.6. 5. $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$. Решение. $\angle BCA = \angle CAD$ (как внутренние накрест лежащие), $\angle CAD = \angle BAC = \frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2}\angle ADC$. Пусть $\angle CAD = x$. Из

$\triangle ACD$: $x + 2x = 90^\circ$; $x = 30^\circ$; $\angle CDA = \angle BAD = 60^\circ$, $\angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$. **6.** $\frac{b-a}{2}$;

$\frac{b+a}{2}$. **7. 10. Указание:** $\triangle ACE$ — равнобедренный. **8. 15. Указание:** треугольники

ABD и BCE — прямоугольные равнобедренные. Провести $BE \perp AD$. **9. 40. Решение.** $\angle BCE = \angle CED = 30^\circ$, $\angle OAD = \angle OEA + \angle AOE$, откуда $\angle AOE = \angle BOC = 30^\circ$. $\triangle BOC$ и $\triangle OAE$ — равнобедренные, $BO = OA = AE = 5$. Из $\triangle ECD$ ($\angle C = 90^\circ$, $\angle E = 30^\circ$): $CD = \frac{1}{2}ED = 10$. $P_{ABCD} = 5 + 15 + 10 + 10 = 40$.

Таблица 8.7. 3. 6. 4. $x=16, y=14$. *Решение.* $\frac{8}{x} = \frac{7}{30-x}$, $x=16, y=14$. **5.** $x=2,5, y=4,375$. **6.** 1:3. *Решение.* Проведем $KE \parallel BM$. $AE:EM = AK:KB$, откуда $AE = EM = 2$. $KN:NC = EM:MC = 2:6 = 1:3$. **7.** 4:1. **9.** *Указание:* $\triangle BDC$ — равнобедренный.

Таблица 8.8. 1. 14. 3. 20. *Решение.* $P_{A_1B_1C_1} = A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1 = \frac{1}{2}(AB + BC + AC) = 20$. **5.** $\frac{b-a}{2}; \frac{a}{2}; \frac{a}{2}$. *Решение.* ME — средняя линия $\triangle ABC$, $ME = \frac{a}{2}$. Аналогично, $FN = \frac{a}{2}$. $EF = MN - 2ME = \frac{a+b}{2} - a = \frac{b-a}{2}$. **6.** *Указание:* провести диагонали BD и AC . **8.** *Указание:* EF и PK — средние линии $\triangle ABC$ и $\triangle DBC$ соответственно. **9.** *Указание:* провести $BF \parallel CD$. **11.** 5; 6; 7. **12.** 4 и 6. *Решение.* Для трапеции $PBCK$: $\frac{y+2}{2} = x$. Для трапеции $AMND$: $\frac{x+8}{2} = y$. Решая систему, получаем: $x=4, y=6$.

Таблица 8.9. 3. Нет. $AC + BC = 7 + BC$, $AB = 10 + BC$, т.е. $AB > AC + BC$, что невозможно. **4.** $x \in (1; 9)$. *Указание:* $BC - AB < x < AB + BC$. **8.** $x \in (2; 10)$. *Указание:* продлить медиану CD на ее длину (точка D_1). Рассмотреть $\triangle CBD_1$. **9. 2. 10.** 7 или 8. **11. 7.**

Таблица 8.10. 3. $l(\cos \alpha \operatorname{tg} 2\alpha - \sin \alpha)$; $\frac{l \cos \alpha}{\cos 2\alpha}$. *Решение.* Из $\triangle ADC$: $AC = l \times \cos \alpha$, $DC = l \sin \alpha$. Из $\triangle ABC$: $y = \frac{l \cos \alpha}{\cos 2\alpha}$; $BC = l \cos \alpha \operatorname{tg} 2\alpha$. $x = BC - DC = l \cos \alpha \operatorname{tg} 2\alpha - l \sin \alpha$. **4.** $m(\sin \beta - \cos \beta \operatorname{tg}(\beta - \alpha))$. **6.** $m \cos \alpha$; $m \cos^2 \alpha$. **7.** $a \operatorname{ctg} \alpha \times \sin \beta$; $\operatorname{ctg} \alpha \cos \beta$. **9. 8.** *Решение.* Проведем $BE \perp AD$. $\angle ABE = 30^\circ$. Из $\triangle ABE$: $AE = BE \operatorname{tg} 30^\circ = 2$. $AD = AE + ED = 8$. **10. 7.** *Решение.* Из $\triangle CED$: $ED = CE \times \operatorname{ctg} \angle CDE = 1$. $AD = BC + 2ED = 5 + 2 = 7$. **11.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. *Решение.* Из $\triangle ADC$: $AC = 2DC = 8$. $AE = EC = 4$. Из $\triangle ABE$: $BE = AE \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. **12.** $10\sqrt{3}$.

Таблица 8.11. 1. *Решение.* $AD = 13 - 3 = 10$. Из $\triangle ADC$: $AC = \sqrt{100 + 16} = \sqrt{116}$. Из $\triangle DBC$: $BC = 5$. Из $\triangle ABC$: $AC = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$. $12 \neq \sqrt{116}$. $BD \neq 3$. **2.** $4\sqrt{3}$ и $8\sqrt{3}$. **6. 12; 16.** *Решение.* Из $\triangle ABC$: $\operatorname{tg} \angle ABC = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$. Из $\triangle CDB$: $\operatorname{tg} \angle CBD = \frac{x}{y}$. $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$.

Пусть $x = 3k$, $y = 4k$. $(3k)^2 + (4k)^2 = 20^2$, $k = 4$, $x = 12$, $y = 16$. **7.** $\frac{3}{4}\sqrt{15}$. *Решение.*

Пусть $AD = y$, тогда $DK = 8 - y$. Из $\triangle AMD$: $MD^2 = 6^2 - y^2$. Из $\triangle MDK$: $MD^2 = 4^2 - (8 - y)^2 = 36 - y^2 = 16 - (8 - y)^2$. $y = \frac{21}{4}$. Из $\triangle AMD$: $x = \sqrt{6^2 - \left(\frac{21}{4}\right)^2} =$

$= \frac{3}{4}\sqrt{15}$. **8.** $12\sqrt{13}$ и $18\sqrt{13}$. *Указание:* $CD = \sqrt{AD \cdot DB} = 36$. **9.** $2\sqrt{13}$. **10.** $3\sqrt{5}$. *Реше-*

ние. $AC^2 = AB \cdot AD$. $36 = AB(AB - 5)$. $AB = 9$. Из $\triangle ABC$: $x = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 3\sqrt{5}$.

11. $12\sqrt{2}$ и 16 . *Решение.* Из $\triangle ADC$: $CD = \sqrt{32}$. Из $\triangle ABC$: $32 = 2 \cdot BD$. $BD = 16$. $y = AD + DB = 18$. Из $\triangle CDB$: $x = BC = \sqrt{16^2 + 32} = 12\sqrt{2}$. **12.** $4\sqrt{2}$.

Таблица 8.12. **7.** $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$. **8.** $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 25$. **12.** $(x - 2)^2 + y^2 = 1$.

Таблица 8.13. **3.** $0,8$; $-0,6$; $-\frac{4}{3}$. **5.** $x = -3$. **6.** $y = 1,5x$. **8.** $y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$. *Реше-*

ние. $y = kx + b$ — общее уравнение прямой. $k = \operatorname{tg} 120^\circ = -\sqrt{3}$. $y = -\sqrt{3}x + b$. Так как $y(4) = 0$, то $-4\sqrt{3} + b = 0$, $b = 4\sqrt{3}$. $y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$. **10.** $5y - 3x + 7 = 0$. *Указа-*

ние: k и x находятся из системы

$$\begin{cases} 4k + b = 1, \\ -k + b = -2. \end{cases}$$

11. Решение. Прямая $y = -3$ не пересекает окружность.

Таблица 8.14. **7. Указание:** доказать, что O — середина отрезка O_1O_2 . **8. Указание:** M — центр симметрии окружностей. **9. Указание:** доказать, что радиусы окружностей равны и O — центр симметрии.

Таблица 8.15. **5. Доказательство.** $\triangle ACD = \triangle BCD$, откуда $\angle ACD = \angle BCD$. Отрезок AB пересекает l в точке E . $\triangle ACE = \triangle BCE$, откуда $AE = BE$, $\angle AEC = \angle BEC = 90^\circ$. **8. Указание:** доказать равенство радиусов окружностей. **11. Доказательство.** Так как l — ось симметрии, то $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle C$. Так как M — ось симметрии, то $\angle A = \angle B$, $\angle D = \angle C$. Тогда $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ и $ABCD$ — прямоугольник. **12. Указание:** так как l — ось симметрии, то $\angle A = \angle C$ и $AD = DC$. Так как m — ось симметрии, то $\angle A = \angle B$, $\angle D = \angle C$.

Таблица 8.16. **4.** Да. *Решение.* $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (2; 1)$. **5.** $(-3; 6)$. **6.** $\vec{AB} (8; 5)$, $\vec{AD} (8; -5)$. **7. Доказательство.** $\vec{AB} (6; -2)$, $\vec{DC} (6; -2)$. Так как $\vec{AB} = \vec{DC}$, то $AB = DC$ и $AB \parallel DC$ и $ABCD$ — параллелограмм. **8. Доказательство.** $\vec{EC} + \vec{CB} +$

$$+ \vec{BD} = \vec{ED}. \quad \vec{EC} + \vec{BA} = \vec{EC} + \vec{CD} = \vec{ED}. \quad 10. \vec{DE} = -\frac{1}{2} \vec{CA}. \quad 11. \vec{PK} = \frac{1}{2} (\vec{OA} - \vec{OB}).$$

12. Указание: продлить медиану BM на ее длину.

Таблица 8.17. 1. $\vec{x} = \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{b}$. 2. $\vec{x} = \frac{1}{2} (\vec{a} - \vec{b})$. 3. $\vec{x} = \vec{b} - \frac{1}{2} \vec{a}$. 4. Доказательство.

Сложив по правилу параллелограмма векторы \vec{a} и \vec{b} , получим вектор \vec{d} такой, что $|\vec{d}| = |\vec{b}| = |\vec{a}|$, так как параллелограмм, построенный на векторах \vec{b} и \vec{a} будет ромбом с тупым углом 120° , а меньшая диагональ такого ромба равна его стороне. \vec{d} и \vec{c} равны по модулю и противоположно направлены, поэтому $\vec{d} + \vec{c} = 0$, т.е. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$. 5. Указание: сложить векторы \vec{a} и \vec{c} . 6. 6,5. Решение. $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$, $\vec{AC} - \vec{DC} = \vec{AD}$, $\vec{AD} - \vec{OD} = \vec{AO}$. $|\vec{AO}| = 6,5$. 7. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$. Ука-

зание: $\cos \angle B = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|}$. 8. 8. 9. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} \neq 0$. 10. $\sqrt{19}$, $\sqrt{7}$. Решение. $|\vec{a} + \vec{b}| =$

$$= \sqrt{(\vec{a} + \vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{4 + 9 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 0,5} = \sqrt{19}. \quad 11. y = 9 - x. \text{ Решение.}$$

$\vec{OM}(2; 2)$. Пусть точка $E(x; y)$ лежит на прямой MP . Тогда $\vec{ME}(x - 4; y - 5)$. $\vec{ME} \cdot \vec{OM} = 0$. $2x - 8 + 2y - 10 = 0$, $y = 9 - x$. 12. $y = 6x - 14$.

9 класс

Таблица 9.1. 3. 10,5; 7,5. 4. 20; 18; 16. Указание: $k = \frac{P_{AB_1C_1}}{P_{ABC}} = 2$. 5. 16; 12.

Решение. $a : b : c = x : y : 20 = 4 : 3 : 5$, $x = 4k$, $y = 3k$, $20 = 5k$, $k = 4$, $x = 16$, $y = 12$. 6. 30; 36; 42.

Таблица 9.2. 4. $\triangle ABC \sim \triangle CAD$ (по двум углам). 8. $\triangle ABC \sim \triangle ADB \sim \triangle BDC$. 9. $\triangle MPK \sim \triangle NEK \sim \triangle NPO \sim \triangle MEO$. 12. $\triangle ABC \sim \triangle PBK \sim \triangle FCK$. 13. $\triangle ABC \sim \triangle KVP \sim \triangle MEP \sim \triangle NEC$.

Таблица 9.3. 5. $\triangle ABC \sim \triangle BDC$. Доказательство. $\angle C$ — общий, $\frac{CB}{CD} = \frac{CA}{CB} = \frac{4}{3}$. 9. $\triangle ABC \sim \triangle PBK$. Доказательство. $\angle B$ — общий, $\frac{AB}{BP} = \frac{BC}{BK}$.

10. $\triangle ACB \sim \triangle A_1CB_1$. Доказательство. $\angle C$ — общий. Из $\triangle ACA_1$: $\cos \angle C = \frac{A_1C}{AC}$, из

$$\triangle BCB_1: \cos \angle C = \frac{B_1C}{BC}, \quad \frac{A_1C}{AC} = \frac{B_1C}{BC} = \cos \angle C, \quad k = \cos \angle C. \quad 11. \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C,$$

$k = \cos \angle C$. 12. $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C$, $k = \cos \angle C$.

Таблица 9.4. 1. 60° . 3. 90° . 4. 140° . 6. 160° . 9. 55° . *Решение.* Проведем DC . $\angle DCA = \angle DBA = 35^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$. Из $\triangle ADC$: $\angle DAC = 55^\circ$. 10. 25° ; 130° . *Решение.* Проведем BC . $\angle BCE = \angle BAE = 25^\circ$, $\angle BCE = \angle CBE = \angle CAE = 25^\circ$, $\angle BAC = 50^\circ$, $\angle BEC = 130^\circ$. 11. 50° . 12. 60° . *Решение.* $\angle BAD = \angle BAC + \angle CAD$, $\angle BAC = 20^\circ$, $\angle CAD = 40^\circ$, $\angle BAD = 60^\circ$.

Таблица 9.5. 1. 50° . 3. 70° . *Решение.* $\angle AEB = 100^\circ$, $\angle DBE = \angle EAB = 30^\circ$, $\angle EDB = \angle AEB - \angle DBE = 70^\circ$. 4. 30° 6. 50° . 7. $\alpha + \beta$. 8. *Доказательство.* $\angle DAE = \angle DFE$, $\angle DKA = \angle EKF$, $\triangle DAK \sim \triangle EFK$ (I признак), откуда $\frac{DK}{KE} = \frac{AK}{KF}$, $DK \times KF = AK \cdot KE$. 9. 2. *Указание:* воспользоваться результатом задачи 8. 11. *Доказательство.* Проведем BC и BD . $\triangle ABD \sim \triangle ACB$ (см. задачу 10), $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$, $AB^2 = AC \cdot AD$. 12. *Указание:* провести из точки P касательную к окружности и воспользоваться результатом задачи 11.

Таблица 9.6. 1. $3\sqrt{2}$. 2. $\sqrt{37}$. 3. 1. 5. $\frac{a \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}$. 7. $\frac{m \sin \gamma}{\sin(\alpha + \beta)}$. *Решение.*

Из $\triangle ABD$: $\frac{m}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin \gamma}$; $AB = \frac{m \sin \gamma}{\sin \beta}$. Из $\triangle ABC$: $\frac{x}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin(\alpha + \beta)}$,
 $x = \frac{m \sin \beta \sin \gamma}{\sin \beta \sin(\alpha + \beta)} = \frac{m \sin \gamma}{\sin(\alpha + \beta)}$. 8. $\frac{b \sin \alpha \sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta \sin \gamma}$. *Указание:* найти AB из

$\triangle ABC$, затем рассмотреть $\triangle ABD$. 9. 12. *Решение.* Из $\triangle ABC$: $\cos \angle A = \frac{13^2 + 14^2 - 15^2}{2 \cdot 13 \cdot 14} = \frac{5}{13}$. $\sin \angle A = \frac{12}{13}$. Из $\triangle ABD$: $BD = AB \sin \angle A = 12$. 10. 1 и 3.

Решение. $x^2 + 16 - 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \frac{1}{2} = 13$, $x^2 - 4x + 3 = 0$, $x = 1$, $x = 3$. Для обоих случаев неравенство выполняется.

11. $2m \sqrt{1 + \frac{2 \sin^2 \alpha}{\sin^2(\alpha + \beta)} - \frac{4 \sin \alpha \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}}$. *Решение.* Про-

длим медиану BD на ее длину (рис. 1). Рассмотрим $\triangle BCD_1$: $BC = \frac{2m \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$. Из $\triangle DBC$:

$$DC = \sqrt{m^2 + \frac{2m^2 \sin^2 \alpha}{\sin^2(\alpha + \beta)} - \frac{4m^2 \sin \alpha \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}}$$

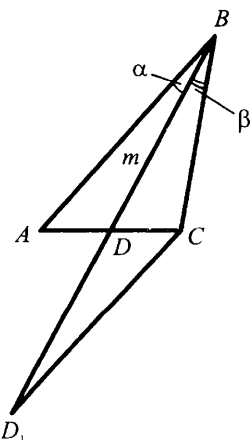


Рис. 1

$$AC = 2m \sqrt{1 + \frac{2 \sin^2 \alpha}{\sin^2 (\alpha + \beta)} - \frac{4 \sin \alpha \cos \beta}{\sin (\alpha + \beta)}}. \quad 12. \quad 15^\circ \text{ или } 105^\circ. \text{ Решение. Из } \triangle ABC:$$

$$\frac{AC}{\sin 30^\circ} = \frac{AB}{\sin \angle C}, \quad \frac{6\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{12}{\sin \angle C}, \quad \sin \angle C = \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad 1) \quad \angle C = 45^\circ, \quad 2) \quad \angle C = 135^\circ,$$

$$1) x = 105^\circ, \quad 2) x = 15^\circ.$$

Таблица 9.7. 1. $\frac{a \cos \gamma \operatorname{tg} \varphi}{\cos \alpha \sin \beta} \cdot \frac{a \cos \gamma}{\cos \alpha \sin \beta \cos \varphi}$. *Решение.* Из $\triangle ABC$: $AB =$

$$= \frac{a}{\cos \alpha}. \quad \text{Из } \triangle ABD: \quad AD = \frac{a}{\cos \alpha \sin \beta}. \quad \text{Из } \triangle ADE: \quad AE = \frac{a \cos \gamma}{\cos \alpha \sin \beta}$$

$$\text{Из } \triangle AFE: \quad x = \frac{a \cos \gamma \operatorname{tg} \varphi}{\cos \alpha \sin \beta}, \quad y = \frac{a \cos \gamma}{\cos \alpha \sin \beta \cos \varphi} \quad 2. \quad \frac{b \cos \beta \sin \gamma}{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi}, \quad \frac{b \cos \beta \sin \gamma}{\operatorname{tg} \alpha \sin \varphi}.$$

$$3. \quad \sqrt{AC^2 + b^2 - 2AC \cdot b \cdot \cos \beta}, \text{ где } AC = \frac{a}{\sin \alpha}. \quad 4. \quad \cos x = \frac{b^2 + c^2 - a^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha}{2bc}.$$

$$5. \quad \frac{b \sin \gamma}{\cos \alpha \sin \beta}. \quad 6. \quad \sin x = \frac{c \sin \beta \sin \alpha}{a} \text{ (возможны два значения угла)}. \quad 7. \quad \frac{m \sin \alpha \sin \beta}{\sin (\alpha - \beta)}.$$

$$8. \quad x = \frac{BD}{\sin \gamma} \sin (\beta + \gamma), \quad BD = \sqrt{b^2 + d^2 - 2bd \cos \alpha}. \quad 9. \quad \sin x = \frac{\sin \gamma}{BC} \cdot BD, \text{ где } BD =$$

$$= \frac{b \sin \alpha}{\sin \beta}, \quad BC = \sqrt{BD^2 + a^2 - 2BD a \cos \alpha}. \quad 10. \quad \sqrt{AD^2 + DC^2 + 2AD \cdot DC \sin (\gamma - \beta)},$$

$$\text{где } AD = d \operatorname{tg} \beta, \quad DC = \frac{BD \sin (\alpha + \gamma)}{\sin \alpha}. \quad 11. \quad x = \sqrt{MB^2 + BC^2}, \quad \operatorname{tg} y = \frac{BC}{MB}, \text{ где } MB =$$

$$= \frac{m \sin \alpha}{\sin (\alpha + \beta)}, \quad BC = \sqrt{b^2 + m^2 - 2bm \cos (\alpha + \gamma)}. \quad 12. \quad \cos x = \frac{CD^2 + a^2 - BD^2}{2 \cdot BC \cdot CD}, \text{ где}$$

$$BD = \frac{c \sin (\beta + \gamma)}{\sin \gamma}, \quad DC = \sqrt{b^2 + \left(\frac{c \sin \beta}{\sin \gamma} \right)^2} - \frac{2bc \sin \beta \sin \alpha}{\sin \gamma}.$$

Таблица 9.8. 1. 18. *Решение.* $n = \frac{360^\circ}{20^\circ} = 18$. 2. 12. *Решение.* $180^\circ (n - 2) =$

$$= 150^\circ n, \quad n = 12. \quad 3. \quad 9. \quad \text{Решение. Первый способ: } \angle ABC = 140^\circ, \text{ далее как в задаче}$$

$$2. \text{ Второй способ: так как сумма внешних углов выпуклого многоугольника } 360^\circ,$$

$$\text{то } n = \frac{360^\circ}{40^\circ} = 9. \quad 4. \quad 10. \quad 5. \quad r = \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{n}, \quad R = \frac{a}{2 \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}}. \quad 8. \quad R = a, \quad r = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}, \quad r = \frac{R \sqrt{3}}{2}.$$

Таблица 9.9. 3. 16. Указание: $AC = DC \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$. **7. 27.** Решение. Проведем $BD \perp AC$. Из $\triangle AOD$: $OD = 4$, $BD = BO + OD = 9$. $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9 = 27$. **8. 30.** Решение.

Для $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$): $r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{a+b+c}{2} - c = p - c$, $p = c + r$, $p = 13 + 2 = 15$.

$S = p \cdot r = 15 \cdot 2 = 30$. **9. 27 + 18** $\sqrt{3}$. Решение. Проведем $OE \perp AC$. Из $\triangle AOE$:

$AE = 3\sqrt{3}$, $AC = 3\sqrt{3} + 3$. Из $\triangle ABC$: $AB = 2(3\sqrt{3} + 3)$. $S = \frac{1}{2} \cdot 2(3 + 3\sqrt{3}) \times$

$\times (3 + 3\sqrt{3}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} (1 + \sqrt{3})^2 = 9\sqrt{3} (2 + \sqrt{3})$. **10. 294.** Решение. $AC : CB =$

$= AD : DB = 3 : 4$. Пусть $AC = 3x$, $BC = 4x$. Тогда $(3x)^2 + (4x)^2 = 35^2$, $5x = 35$, $x = 7$.

$AC = 21$, $BC = 28$, $S = \frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 28 = 294$. **11. 336.** Решение. $AM = AD = 12$,

$CK = CD = 14$, $BK = BM = (84 - (2 \cdot 12 + 2 \cdot 14)) : 2 = 16$. $AB = 28$, $BC = 30$, $AC = 26$,

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 336$. **12. 3000.** Решение. Из $\triangle BCD$ ($DC = 8x$, $\angle D = 90^\circ$)

$BD = 15x$. $P_{ABC} = 25x$, $S_{ABC} = 25x \cdot 24 = \frac{1}{2} \cdot 16x \cdot 15x$, $x = 5$, $S = 600 \cdot 5 = 3000$.

Таблица 9.10. 3. 78. Решение. Из $\triangle ABC$: $BE = \sqrt{4 \cdot 9} = 6$, $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 13 = 39$,

$S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 78$. **4. 120.** Решение. Пусть $AE = FC = x$. Из $\triangle ABC$: $x(16 + x) = 36$,

$x = 2$. $AC = 20$, $S_{ABC} = 60$, $S_{ABCD} = 120$. **7. 20** $\sqrt{3}$. Решение. Из $\triangle ABE$: $AE = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$

$= 4$. Из $\triangle BDE$: $DE = 1$, $AD = 5$, $S_{ABCD} = 5 \cdot 4\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$. **8. 12** $\sqrt{2}$. Решение.

$S_{COD} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sin 45^\circ = 3\sqrt{2}$. $S_{ABCD} = 4S_{COD} = 12\sqrt{2}$. **11. 1404.** Решение. $AB : AF =$

$= BE : EF = 13 : 5$. $AB = 13x$, $AF = 5x$. Из $\triangle ABF$: $BF = 12x = 36$, $x = 3$. $AD = AB = 39$,

$S = 39 \cdot 36 = 1404$. **12. 320.** Решение. Из $\triangle BOC$: $4x^2 = 64$, $x = 4$, $BC = 20$, $S = 2 \cdot 8 \cdot 20 =$
 $= 320$.

Таблица 9.11. 3. 25. Решение. Проведем $CK \parallel AB$. $DF = FK = 2$. $DK = 4$,

$AD = 7$. $S = \frac{3+7}{2} \cdot 5 = 25$. **4. 25** $\sqrt{3}$. Указание: $AE = \frac{1}{2} (AD + BC)$. **5. 625.** Указание:

$h = \frac{1}{2} (AD + BC)$. **6. 192.** Решение. Проведем $CE \perp AD$. $AE = \frac{1}{2} \cdot (25 + 7) = 16$. Из

$\triangle ACE: CE = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12. S = 12 \cdot 16 = 192. 7. 144. 8. 120\sqrt{3}. \text{Решение.}$ Из $\triangle ACD$:
 $AD = 12\sqrt{3}, AC = 24.$ Проведем $BE \perp AC. AE = EC = 12.$ Из $\triangle BEC: BC = \frac{12 \cdot 2}{\sqrt{3}} =$

$= 8\sqrt{3}. S_{ABCD} = \frac{8\sqrt{3} + 12\sqrt{3}}{2} \cdot 12 = 120\sqrt{3}. 9. 3630. \text{Решение.}$ Из $\triangle COD (\angle COD = 90^\circ):$

$OE = r = \sqrt{25 \cdot 36} = 30, AB = 2r = 60. S_{ABCD} = \frac{1}{2} (AB + CD) \cdot AB = \frac{1}{2} (60 + 61) \cdot 60 =$
 $= 3630. 10. 65 \frac{1}{3}. 11. 468. \text{Решение.}$ Проведем $CE \parallel AB. CE = 25, ED = 17. S_{CED} = 204.$

$h = \frac{2S_{CED}}{ED} = \frac{2 \cdot 204}{17} = 24. S_{ABCD} = \frac{11 + 28}{2} \cdot 24 = 468. 12. 42. \text{Указание:}$ провести

$CE \parallel BD.$ Найти $S_{ACE}.$

Таблица 9.12. 2. 6:5. 5. 11:4. *Решение.* $S_1 : S_2 = (S_1 + S_2 - S_2) : S_2 =$
 $= \frac{9 \cdot 5 - 4 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{33}{12} = \frac{11}{4}. 8. 5:4. \text{Решение.}$ $S_1 : S_2 = BK : KD = S_3 : S_4 = 5 : 4. 9. 2:7.$

10. 1:3. 12. 1. *Решение.* $S_{ABE} = S_{ABD} - S_{AED} = S_{ACD} - S_{AED} = S_{CDE}.$

Таблица 9.13. 5. $\frac{S}{2}.$ *Решение.* $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AB \cdot h_{AB} = \frac{1}{2} S_{ABCD}, S = \frac{1}{2} S_{ABCD},$
 $S_{BCE} = S_{AED} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{2} S. 7. 2S. 8. 2S. 9. S_1 + S_2. \text{Решение.}$ Проведем $EF.$

$S_{PEF} = S_{PBC} = S_1, S_{FKE} = S_{AKD} = S_2$ (см. задачу 12 таблица 9.12). $S_{PEKF} = S_1 + S_2.$

10. 2S. *Решение.* Проведем $MP. MBCP$ и $MADP$ — параллелограммы.
 $S_{MBCP} = 2S_{MKP}, S_{MADP} = 2S_{MEP}, S_{ABCD} = 2(S_{MEP} + S_{MKP}) = 2S. 11. S_1 + S_2. 12. S_1 + S_2 +$
 $+ S_3 + S_4. \text{Указание:}$ провести $MP,$ рассмотреть параллелограммы $MBCP$ и $MADP.$

Таблица 9.14. 2. 60π 4. 24π 5. $\left(\frac{3\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right) R^2. \text{Решение.}$ $S_{\triangle OPE} = \frac{R^2 \sqrt{2}}{4}.$

$S_x = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot 135^\circ - S_{\triangle OPE} = R^2 \left(\frac{3\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{4}\right). 6. \frac{R^2}{2} \left(\frac{5}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}\right). 8. 300 - 13\pi \text{Решение.}$

$S_{O_1O_2O_3O_4} = 15 \cdot 20 = 300. S = 300 - 4\pi - 9\pi = 300 - 13\pi. 10. 12,5\pi. 11. 16 - 4\pi \text{Решение.}$

$S_{O_1O_2O_3O_4} = 4^2 = 16. S_{MNPk} = 16 - 4\pi. 12. 16\sqrt{3} - 8\pi \text{Решение.}$ $S_{O_1O_2O_3} = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}.$

$S_{MNK} = 16\sqrt{3} - 0,5 \cdot \pi \cdot 4^2 = 16\sqrt{3} - 8\pi$

Список использованной литературы

1. Александров А.Д., Вернер АЛ., Рыжик В.И. Геометрия для 8–9 классов.— М.: Просвещение, 1991.— 415 с.
2. Геометрия: Учеб. для 7–9 кл. сред. шк. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Поздняк, И.И. Юдина — 3-е изд.— М.: Просвещение, 1992.— 335 с.
3. Гольдман А.М., Завич Л.И. Учебные серии на уроках математики. // Математика в школе.— 1990.— № 5.— с. 19–22.
4. Грицаєнко М.П. Усні вправи з математики для 8–10 класів: Метод. посібник.— К.: Рад. шк., 1984.— 152 с.
5. Грицаєнко М.П. Усні вправи з математики для 4-8 класів: Посібник для вчителя.— К.: Рад. шк., 1988.— 158 с.
6. Задания по математике для экзамена за курс средней школы. / Сост. Литвиненко Г.Н., Собко М.С.— К.: Рад. шк., 1991.— 80 с.
7. Зив Б.Г., Мейлер В.М., Баханский А.Г. Задачи по геометрии для 7–11 классов.— М.: Просвещение, 1991.— 171 с.
8. Иржавцева В.П., Федченко Л.Я. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособие для учителя / Под ред. Н.Л. Каляшинского.— К.: Рад. шк., 1989.— 208 с.
9. Матюшко І.С., Собко М.С. Завдання з геометрії для 7 класу.— К.: Рад. шк., 1988.— 112 с.
10. Погорелов А.В. Геометрия: Учеб. для 7–11 кл. сред. шк.— М.: Просвещение, 1990.— 384 с.
11. Рабинович Е.М. Равновеликие треугольники в задачах. // Математика в школе.— 1993.— №6.— с. 63–65.
12. Рабинович Е.М. Сборник задач по планиметрии на готовых чертежах.— К.: 1996.— 56 с.
13. Раухман А.С., Сень Я.Г. Усні вправи з геометрії для 7–11 класів. Посібник для вчителя.— К.: Рад. шк., 1989.— 160 с.
14. Roganovskiy Н.М. Поисковые задачи по геометрии // Математика в школе.— 1990.— №5.— с. 22–26.
15. Саврасова С.М., Ястребинецкий Г.А. Упражнения по планиметрии на готовых чертежах: Пособие для учителя.— М.: Просвещение, 1987.— 112 с.
16. Харитонов Б.Ф. Методика повторения приемов и методов решения геометрических задач. // Математика в школе.— 1990.— №4.— с. 36–38.

Содержание

Предисловие	3
7 класс	
7.1. Измерение отрезков	5
7.2. Измерение углов	6
7.3. Смежные углы	7
7.4. Смежные и вертикальные углы	8
7.5. Признаки равенства треугольников	9
7.6. Равнобедренный треугольник	10
7.7. Признаки параллельности прямых	11
7.8. Признаки параллельности прямых	12
7.9. Сумма углов треугольника	13
7.10. Сумма углов треугольника	14
7.11. Прямоугольный треугольник	15
7.12. Окружность	16
7.13. Окружность и касательная	17
8 класс	
8.1. Определение и признаки параллелограмма	18
8.2. Определение и признаки параллелограмма	19
8.3. Свойства параллелограмма	20
8.4. Свойства параллелограмма	21
8.5. Свойства параллелограмма	22
8.6. Трапеция	23
8.7. Теорема Фалеса	24
8.8. Средняя линия треугольника и трапеции.	25
8.9. Неравенство треугольника	26
8.10. Решение прямоугольных треугольников	27
8.11. Теорема Пифагора. Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике	28
8.12. Декартовы координаты на плоскости	29
8.13. Декартовы координаты на плоскости	30
8.14. Симметрия относительно точки	31
8.15. Симметрия относительно прямой	32
8.16. Векторы на плоскости	33
8.15. Векторы на плоскости	34

9 класс

9.1. Подобные треугольники	35
9.2. Первый признак подобия треугольников	36
9.3. Второй и третий признаки подобия треугольников	37
9.4. Вписанные углы	38
9.5. Вписанные углы. Угол между касательной и хордой	39
9.6. Решение треугольников	40
9.7. Решение треугольников	41
9.8. Правильные многоугольники	42
9.9. Площадь треугольника	43
9.10. Площадь четырехугольника	44
9.11. Площадь четырехугольника	45
9.12. Площади фигур	46
9.13. Площади фигур	47
9.14. Площадь круга и его частей	48
Ответы. Указания. Решения	49
Список использованной литературы	58

Рабинович Ефим Михайлович

ЗАДАЧИ И УПРАЖНЕНИЯ НА ГОТОВЫХ ЧЕРТЕЖАХ

7–9 классы. Геометрия

Редактор *Г.П. Хозяинова*

Подписано в печать 10.03.2016. Формат 70×90 1/16.

Усл. печ. л. 3,75. Тираж 15 000 экз. Заказ 2276.

ООО «Илекса», 107023, г. Москва, ул. Буженинова, д. 30, стр. 4,

сайт: www.ilexa.ru, E-mail: real@ilexa.ru,

телефон: 8(495) 964-35-67

Отпечатано с готовых файлов заказчика
в АО «Первая Образцовая типография»,
филиал «УЛЬЯНОВСКИЙ ДОМ ПЕЧАТИ»
432980, г. Ульяновск, ул. Гончарова, 14