

Осевое сечение представляет собой равнобедренный треугольник ASB.

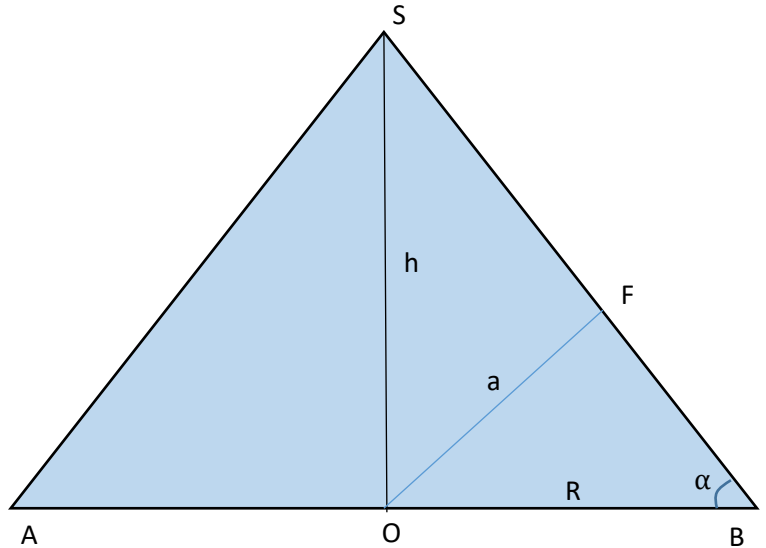
Углы SOF и OBF являются углами со взаимоперпендикулярным сторонам, значит, они равны.

$$\angle SOF = \angle OBF = \alpha$$

Поскольку расстояния измеряются по перпендикуляру, то

$$OF \perp SB$$

Следовательно треугольники SOF и OFB прямоугольные. По определению тригонометрических функций



$$\frac{OF}{OS} = \cos \alpha; \quad \frac{OF}{OB} = \sin \alpha$$

Отсюда находим высоту конуса и радиус его основания

$$h = OS = \frac{OF}{\cos \alpha} = \frac{a}{\cos \alpha}$$

$$R = OB = \frac{OF}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin \alpha}$$

Площадь основания находим по формуле площади круга:

$$S_{\text{осн}} = \pi R^2 = \pi \left(\frac{a}{\sin \alpha} \right)^2$$

Формула объема конуса:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$$

Подставляем:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{a}{\sin \alpha} \right)^2 \cdot \frac{a}{\cos \alpha} = \frac{\pi a^3}{3 \sin^2 \alpha \cos \alpha}$$

Ответ: $\frac{\pi a^3}{3 \sin^2 \alpha \cos \alpha}$