https://znanija.com/task/28236451.

Три конденсатора с емкостью C_1=1 мкф, C_2=2 мкф, C_3=3 мкф, имеющие максимально допустимые напряжения соответственно 1000 В, 200 В, 500 В, соединены в батарею. При каком соединении конденсаторов можно получить наибольшее напряжение? Чему равны напряжение и емкость батареи?

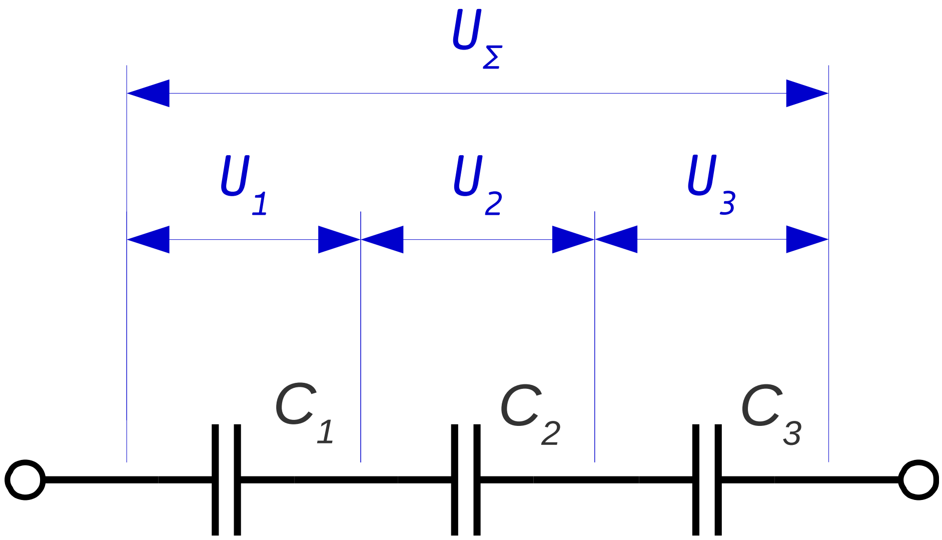

Рисунок 1: Последовательное соединение конденсаторов.

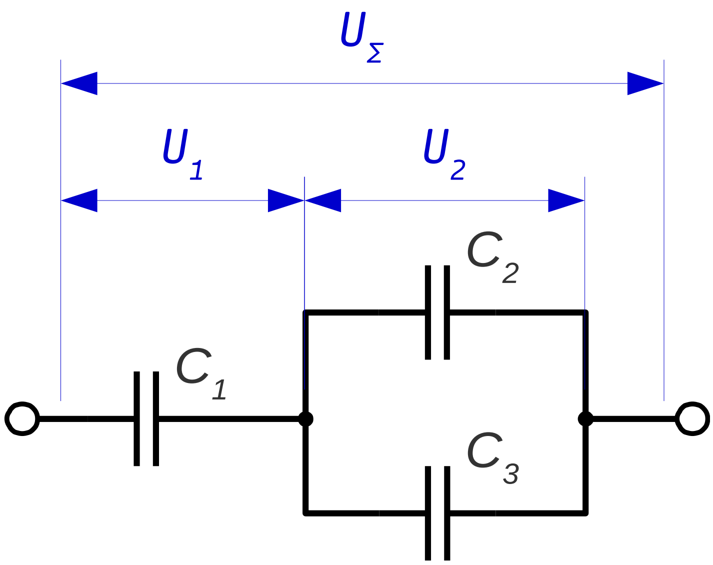

Рисунок 2: Комбинированное соединение конденсаторов.

РЕШЕНИЕ

Вариантов не так много. Вариант параллельного соединения всех трёх конденсаторов можно отбросить сразу. В этом случае максимальное допустимое напряжение батареи будет равно минимальному из максимально допустимых напряжений (Эк загнул-то!) конденсаторов, т. е. 200 В.

Остаются варианты последовательного соединения всех трёх (Рисунок 1), и вариант комбинированного соединения (Рисунок 2).

При одинаковых ёмкостях и напряжениях конденсаторов вариант (Рисунок 1) был бы принят безоговорочно. В этом случае максимальное напряжение батареи было бы равно сумме максимальных напряжений конденсаторов. Но у нас разные ёмкости. Значит суммарное напряжение $\boldsymbol{U_\Sigma}$ неравномерно распределится между конденсаторами. Причём, на конденсаторе большей ёмкости будет меньшее напряжение. Разные рабочие напряжения привносят дополнительную прелесть.

Итак оценим вариант (Рисунок 1). В этом случае емкость батареи $\boldsymbol{C_\Sigma}$ связана с емкостями $\boldsymbol{C_1}$, $\boldsymbol{C_2}$, $\boldsymbol{C_3}$ выражением:

$$\frac{1}{C_\Sigma}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} \tag{1}$$

Можем сразу подставить числа и вычислить $\boldsymbol{C_\Sigma}$, чтоб потом не таскаться с многоэтажными формулами.

$$\frac{1}{C_\Sigma}=\frac{1}{1\cdot 10^{-6}}+\frac{1}{2\cdot 10^{-6}}+\frac{1}{3\cdot 10^{-6}}=10^6\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{6}\cdot 10^6$$

Тогда:

$$C_\Sigma=\frac{6}{11}\cdot 10^{-6}\quad [\Phi] \tag{2}$$

Напряжение батареи равно сумме напряжений:

$$U_\Sigma=U_1+U_2+U_3 \tag{3}$$

Для зарядов конденсаторов и батареи:

$$q_\Sigma=q_1=q_2=q_3 \tag{4}$$

Заряд j-го конденсатора $\boldsymbol{q_j}$, напряжение на его обкладках $\boldsymbol{U_j}$, и его емкость $\boldsymbol{C_j}$ связаны выражением:

$$C_j=\frac{q_j}{U_j} \tag{5}$$

Выразим из (5) заряды через ёмкости и напряжения для всех трёх конденсаторов и поставим в (4).

$$q_\Sigma=C_\Sigma U_\Sigma=C_1 U_1=C_2 U_2=C_3 U_3 \tag{6}$$

Выразим напряжение батареи $\boldsymbol{U_\Sigma}$ из (6) через напряжения и ёмкости конденсаторов, входящих в батарею, и общую ёмкость батареи $\boldsymbol{C_\Sigma}$.

$$U_\Sigma=\frac{C_1 U_1}{C_\Sigma}=\frac{C_2 U_2}{C_\Sigma}=\frac{C_3 U_3}{C_\Sigma} \tag{7}$$

Теперь будем подставлять в (7) максимально допустимые напряжения конденсаторов и ёмкость батареи (2). Оценим, какое напряжение должно быть на батарее, чтоб напряжение выбранного конденсатора достигло максимального допустимого для него значения. Для $\boldsymbol{C_1}$:

$$U_\Sigma=\frac{C_1U_1}{C_\Sigma}=\frac{1\cdot10^{-6}\cdot10^3}{(6/11)\cdot10^{-6}}=\frac{11\cdot10^3}{6}\approx1{,}833\cdot10^3=1833\ \ [B] \tag{8}$$

Для конденсатора $\boldsymbol{C_2}$:

$$U_\Sigma=\frac{C_2U_2}{C_\Sigma}=\frac{2\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^2}{(6/11)\cdot10^{-6}}=\frac{11\cdot2\cdot10^2}{3}\approx7{,}333\cdot10^2\approx733\ \ [B] \tag{9}$$

Для конденсатора $\boldsymbol{C_3}$:

$$U_\Sigma=\frac{C_3U_3}{C_\Sigma}=\frac{3\cdot10^{-6}\cdot5\cdot10^2}{(6/11)\cdot10^{-6}}=\frac{11\cdot5\cdot10^2}{2}=27{,}5\cdot10^2=2750\ \ [B] \tag{10}$$

Чтобы ни один из конденсаторов $\boldsymbol{C_1}$, $\boldsymbol{C_2}$, $\boldsymbol{C_3}$ не пробился мы должны подавать на батарею напряжение меньше минимального из значений, полученных в (8), (9), (10). Т.е. получается, что максимальное допустимое напряжение для батареи, выполненной по варианту (Рисунок 1):

$$U_{\Sigma\,max}=733\ \ [B] \tag{11}$$

Теперь рассмотрим вариант (Рисунок 2). Конденсаторы $\boldsymbol{C_2}$, $\boldsymbol{C_3}$,соединённые параллельно, при анализе схемы можно рассматривать как один конденсатор, ёмкость которого равна сумме ёмкостей $\boldsymbol{C_2}$, $\boldsymbol{C_3}$. Максимальное рабочее напряжение эквивалентного будет равно минимальному из максимальных рабочих напряжений $\boldsymbol{U_2}$, $\boldsymbol{U_3}$,т. е. 200 В. Т.е. рассмотрим эквивалентную схему (Рисунок 3).

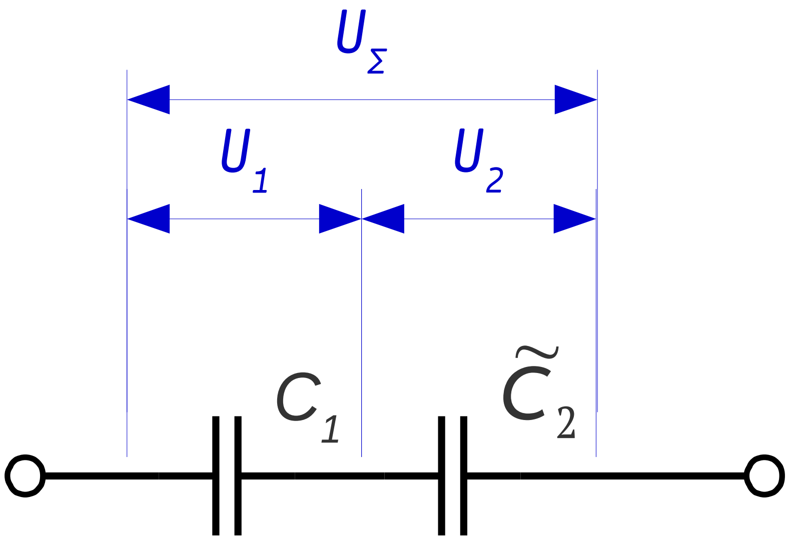

Рисунок 3: Эквивалентное последовательное соединение конденсаторов для анализа комбинированного варианта.

Параметры эквивалентной ёмкости $\widetilde{C}_2$: ёмкость 5 мкФ, Максимальное рабочее напряжение 200 В.

Для оценки максимального рабочего напряжения для схемы (Рисунок 3) воспользуемся соотношением (7), которое перепишем в виде:

$$U_{\Sigma}=\frac{C_1 U_1}{\widetilde{C}_{\Sigma}}=\frac{\widetilde{C}_2 U_2}{\widetilde{C}_{\Sigma}} \tag{12}$$

Ёмкость батареи $\widetilde{C}_{\Sigma}$ в этом случае находим из соотношения:

$$\widetilde{C}_{\Sigma}=\frac{\widetilde{C}_2 C_1}{\widetilde{C}_2+C_1}=\frac{5\cdot 1}{5+1}\cdot 10^{-6}=\frac{5}{6}\cdot 10^{-6}\approx 0{,}83\cdot 10^{-6}\ \ [\Phi]=0{,}833\ \ [\text{мк}\Phi] \tag{13}$$

Остаётся подставить в (12) числовые значения величин. Получаем для $\boldsymbol{C_1}$:

$$U_{\Sigma}=\frac{C_1 U_1}{\widetilde{C}_{\Sigma}}=\frac{1\cdot 10^{-6}\cdot 10^{3}}{(4/5)\cdot 10^{-6}}=\frac{5\cdot 10^{3}}{4}=1{,}25\cdot 10^{3}=1250\ \ [B] \tag{14}$$

Получаем для $\widetilde{C}_2$:

$$U_{\Sigma}=\frac{\widetilde{C}_2 U_2}{\widetilde{C}_{\Sigma}}=\frac{5\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{2}}{(5/6)\cdot 10^{-6}}=6\cdot 2\cdot 10^{2}=10^{3}=1200\ \ [B] \tag{15}$$

Выбираем минимальное из 2-х значений, полученных в (14) и (15). Получаем максимальное допустимое напряжение батареи по варианту (Рисунок 2):

$$U_{\Sigma\, max}=1200\ \ [B] \tag{16}$$

ОТВЕТ.

Для получения максимального рабочего напряжения батареи конденсаторы должны соединяться по схеме (Рисунок 2). Ёмкость батареи в этом случае приблизительно равна 0,833 мкФ. Максимальное допустимое напряжение батареи 1200 В.