*Дана функция* y(x) = 2x3 - 9x2 + 12x + 3.

1) Область определения функции. Так как функция не имеет дроби или корня, то нет ограничения в области её определения.

D(y) = (−∞; +∞).

2) Четность и нечетность функции:

Проверим функцию - четна или нечетна с помощью соотношений f(x)=f(-x) и f(x)=-f(x). Итак, проверяем:

3начит, функция не является ни чётной, ни нечётной.

3) Определим точки пересечения графика функции с осями координат.

Найдем точки пересечения с осью ординат Oy, для чего приравниваем x = 0: у = 2\*03 - 39\*02 + 12\*0 + 3 = 3.

Таким образом, точка пересечения с осью Oy имеет координаты (0;3).

Найдем точки пересечения с осью абсцисс Ox, для чего надо решить кубическое уравнение 2x3 - 9x2 + 12x + 3 = 0.

Для вычисления корней данного кубического уравнения используем формулы Кардано.  
Для начала нам надо привести наше уравнение до вида:

В этом нам помогут следующие формулы:

.

где a - коэффициент при x3, a = 2,

b - коэффициент при x2, b = -9,

c - коэффициент при x, c = 12,

d - свободный член, d = 3.

Подставим наши значения в данные формулы, мы получим:

Потом, использовав формулу вычислим количество корней кубического уравнения.

Если:

Q > 0 — один вещественный корень и два сопряженных комплексных корня;

Q < 0 — три вещественных корня;

Q = 0 — один однократный вещественный корень и один двукратный, или, если p = q = 0, то один трехкратный вещественный корень.

В нашем случае Q = 3,5, будем иметь один вещественный корень и два сопряженных комплексных корня.

А сами корни найдём по следующим формулам:

где

Подставив наши значения в вышеуказанные формулы вычислим, что:

α = −0,161, β = −1,553.

x1= −0,21401; x2,3 = 2,3570 ± i·1,2056.

4) Стационарные точки , интервалы возрастания и убывания функции , экстремумы функции

Исследуем функцию на экстремумы и монотонность. Для этого найдем первую производную функции:

y’ = (2x3 - 9x2 + 12x + 3)’ = 6x2 - 18х + 12 = 6(x2 - 3 x + 2).

Приравняем первую производную к нулю и найдем стационарные точки (в которых y′=0):  6(x2- 3 x + 2) = 0. Приравниваем нулю выражение в скобках.

x2 - 3 x + 2 = 0, D = 9 – 4\*2 = 1.

x1 = (3 – 1)/2 = 1, х2 = (3 + 1)/2 =2.

Получили две критических точки:  х = 1 и х = 2.

Разобьем всю область определения функции на интервалы данными точками и определим знаки производной в каждом промежутке:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x = | 0 | 1 | 1,5 | 0 | 1 |
| y' = | 12 | 0 | -1.5 | 0 | 12 |

При x ∈ (1; 2) производная y′ < 0, поэтому функция убывает на данном промежутке.

При x ∈ (-∞; 1) U (2; ∞) производная y′ > 0, функция возрастает на данных промежутках. При этом x = 1 - точка локального максимума (функция возрастает, а потом убывает), x = 2 - точка локального минимума (функция убывает, а потом возрастает).

5) Выпуклость и точки перегиба.

Вычисляем вторую производную.

y’’(x) = (6x2 - 18x + 12)’ = 12x - 18.

Приравниваем её нулю: 12х - 18 = 0 или 6(2х - 3) = 0.

Отсюда находим точку перегиба графика функции:

2х - 3 = 0,

х = 3/2.

Исследуем знак производной на интервалах, на которые критическая точка делит область определения функции. y’’(x) = 12x - 18.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x = | 1 | 3/2 | 2 |
| y' = | -6 | 0 | 6 |

Если вторая производная http://mathprofi.ru/k/vypuklost_vognutost_tochki_peregiba_grafika_clip_image026.gif на интервале, то график функции http://mathprofi.ru/k/vypuklost_vognutost_tochki_peregiba_grafika_clip_image028.gif является выпуклым на данном интервале.

Если вторая производная http://mathprofi.ru/k/vypuklost_vognutost_tochki_peregiba_grafika_clip_image030.gif на интервале, то график функции http://mathprofi.ru/k/vypuklost_vognutost_tochki_peregiba_grafika_clip_image028_0000.gif является вогнутым на данном интервале.

Функция выпукла вверх на интервале (-∞; (3/2)) , выпукла вниз на интервале ((3/2); +∞).

6) Асимптоты.

Так как , асимптот нет

7) Дополнительные точки для построения графика функции

y(x) = 2x3 - 9x2 + 12x + 3:

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |
| -1.0 | -20 |
| -0.5 | -5.5 |
| 0 | 3 |
| 0.5 | 7 |
| 1.0 | 8 |
| 1.5 | 7.5 |
| 2.0 | 7 |
| 2.5 | 8 |
| 3.0 | 12 |
| 3.5 | 20.5 |
| 4.0 | 35 |

8) По полученным данным строим график, и отметим характерные точки (пересечения с осями и экстремумы).

