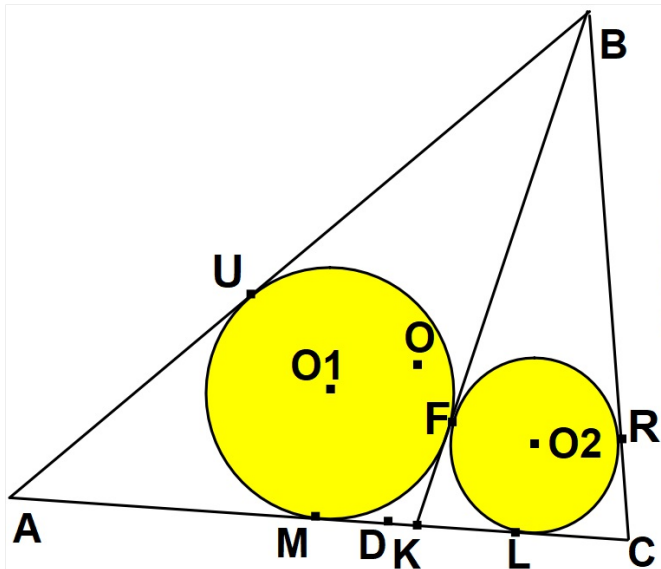




Доказать, что K принадлежит
вписанной в ABC окружности
ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

Пусть O1- центр окружности ,
вписанной в ΔABK, O2- центр
олюжности , вписанной в ΔBKC и O-
центр окружности , вписанной в ΔABC.

Точка M тогда точка касания с АК и
проекция O1 на AC, L - точка касания
второй окружности с AC и проекция
O2 на AC. D- проекция O на AC.

$$MK = FK = (AK + KB + AB - AM - AU - UB - BF) / 2 = p_1 - AB = AK/2 + KB/2 - AB/2,$$

p1- полупериметр ΔABK.

$$DL = CM - CL; \quad CM = p - AB = AC/2 + BC/2 - AB/2; \quad CL = p_2 - BK = KC/2 + BC/2 - BK/2;$$

$$\Rightarrow DL = AC/2 + BC/2 - AB/2 - KC/2 - BC/2 + BK/2 = AC/2 - AB/2 - KC/2 + BK/2,$$

но $AC/2 - KC/2 = AK/2 \Rightarrow DL = AK/2 + KB/2 - AB/2$

$\Rightarrow DL = MK$. Заметим, что $MK = KF = KL$ (Касательные из 1 точки) $\Rightarrow$
D и K совпадают. Т.е. K есть проекция O на AC и точка касания
вписанной в треугольник ABC окружности.